臺北市立中崙高級中學114學年度第三次正式教師甄選數學科筆試試題卷

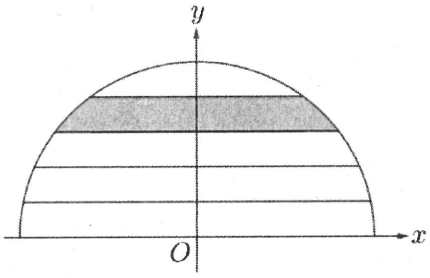
考生序號：________________　　姓名：________________

※注意：請務必於上欄填寫「考生序號」及「姓名」

請於答案卷作答區作答，並標明題號一、1. 2. ...。

一、填充題（每格7分，共77分）

1.下圖是一個直徑為10的半圓，圖中每條線段都互相平行，且距離為1，則鋪色區域繞 x 軸旋轉的旋轉體體積為________。



2. 設 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$ ，$G(x)=\int_{-x}^{2x} f(t)dt$ ，$F'(x)=\dfrac{dF(x)}{dx}$ ，$G'(x)=\dfrac{dG(x)}{dx}$ ，若 $G'(x)=a\cdot f(2x)+b\cdot f(-x)+c\cdot f(0)$ ，

$\int_0^x G'(t)dt=p\cdot F(2x)+q\cdot F(-x)$ ，則 $10000a+1000b+100c+10p+q=$________。

3. 設 $f(x)=b\cdot a^x$ ，其中 $a>0$ ，$b>0$ 。若將 $y=f(x)$ 的圖形水平方向往右平移2單位，再對 x 軸鉛直伸縮3倍後，會得到原本 $y=f(x)$ 的圖形。若將 $y=f(x)$ 的圖形先對 y 軸水平伸縮3倍後，再往水平方向往右平移2單位，得到 $y=g(x)$ 的圖形。已知 $f(x)=(g(x))^3$ ，$f(x)$ 的反函數為 $f^{-1}(x)=r+s\log x$ ，則數對 $(r,s)=$________。

4. 在坐標平面上，設 O 為原點，動點 $P_\theta(\cos\theta,\sin\theta)$ ，令 $\Lambda=\left\{Q\,\middle|\,\left|\overrightarrow{OQ}\right|\le 2, \overrightarrow{OP_\theta}\cdot\overrightarrow{OQ}=1, 0\le\theta\le\pi\right\}$ 則 Λ 所形成的區域面積為________。

5. 坐標空間中有一平行六面體，某一底面的其中兩稜邊$\overline{AB}$和$\overline{AC}$分別在直線$\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$和直線$\begin{cases}x=1\\4y-3z=4\end{cases}$上，已知$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=5$，且另一面之一頂點在$yz$平面上且與原點距離為1，滿足前述條件的平行六面體中，體積最大為________。

6. 設橢圓Γ的中心為O點，長軸為$\overline{AB}$，短軸為$\overline{CD}$，Γ上一點P分別在$\overline{AB}$、$\overline{CD}$的投影點為Q、R。設$\overline{AB}=2a$，$\overline{CD}=2b$，已知Γ的面積為5π，$\overline{QR}=\sqrt{6}$，$\overline{PQ}:\overline{PR}=b^2:a^2$，則$a^2+b^2=$________。

7. 已知x,y,z滿足$\begin{cases}\dfrac{1}{x-2y}+\dfrac{2}{y-2z}+\dfrac{3}{z-2x}=-2\\\dfrac{2}{x-2y}+\dfrac{3}{y-2z}+\dfrac{1}{z-2x}=-3\\\dfrac{3}{x-2y}+\dfrac{2}{y-2z}+\dfrac{1}{z-2x}=-4\end{cases}$，則$x+y+z=$________。

8. 將2顆黑球、2顆白球、3顆紅球共7顆大小相同的球排成一列，在已知2顆黑球都不相鄰的條件下，任2顆紅球都不相鄰的機率為________。

9. 設a、b均為正數，且$log_a\sqrt{b}+log_{a^2}\sqrt[3]{b}+log_{a^3}\sqrt[4]{b}+\cdots+log_{a^{10}}\sqrt[11]{b}=1$，若$log_{a^n}\sqrt[n+1]{b}<0.001$，則正整數$n$的最小值為________。

10. 在坐標平面上，設直線 AB 與直線 CD 交於 O 點，且 $\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$，設 $\overrightarrow{OA}=(a_1,a_2)$，$\overrightarrow{OB}=(b_1,b_2)$，$\overrightarrow{OC}=(c_1,c_2)$，$\overrightarrow{OD}=(d_1,d_2)$，若 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ d_1 & d_2 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} d_1 & d_2 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix}=1$，則 ΔABC 的面積為________。

11. 三角形 ABC 中，R 為其外接圓半徑、r 為其內切圓半徑，則 $\dfrac{R}{r}$ 的最小值為________。

二、計算證明題(23 分)

1. (1)若整數 n 滿足 $n^3-13n-9$ 為質數，則 n 的值為多少？(9 分)

(2)承上題，請證明你的答案是正確的。(14 分)

臺北市立中崙高級中學 114 學年度第三次正式教師甄選

數學科筆試答案

一、填充題(每格 7 分，共 77 分)

1. $\frac{148}{3}\pi$	**2.** 21009	**3.** $(-1,\frac{2}{log\,3})$
4. $\frac{17\pi}{6}-\sqrt{3}$	**5.** 26	**6.** $3+\sqrt{59}$
7. $\frac{90}{7}$	**8.** $\frac{8}{25}$	**9.** 33
10. $\frac{1}{4}$	**11.** 2	

二、計算證明題(23 分)

1. (1) -3 或 -1 或 4

(2) 略