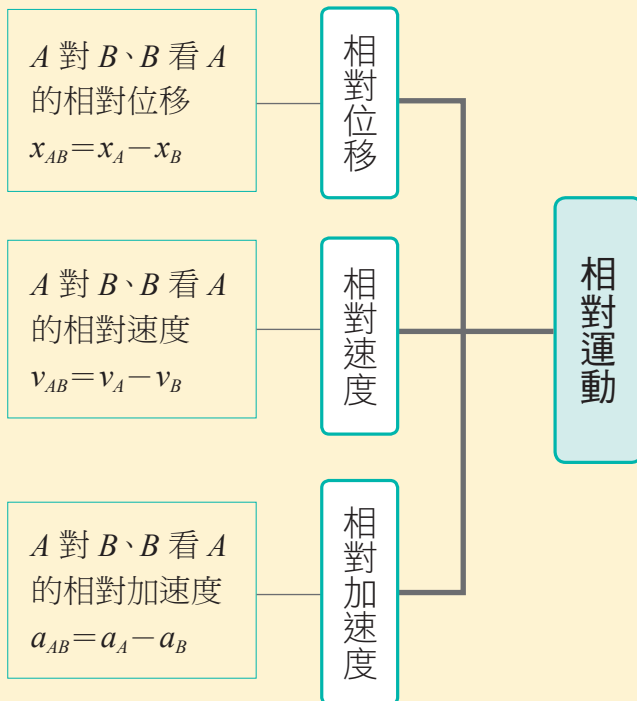


直線運動



運動公式

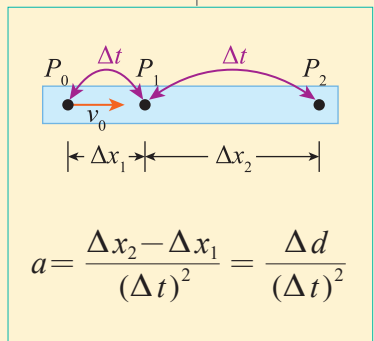
$$v = v_0 + at$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \times t$$

$$= v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

紙帶分析



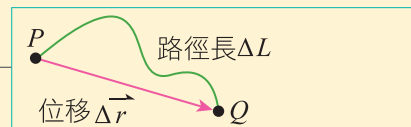
	$x-t$ 圖	$v-t$ 圖	$a-t$ 圖
割線斜率	平均速度	平均加速度	
切線斜率	瞬時速度	瞬時加速度	
與時間軸所圍面積		位移	速度變化量

物體運動圖

直線運動

運動學簡介

位移與路徑長



速度與速率

$$\text{平均速度} = \frac{\text{位移}}{\text{經歷的時間}}$$

$$\text{平均速率} = \frac{\text{路徑長}}{\text{經歷的時間}}$$

加速度

$$\text{加速度} = \frac{\text{速度的變化量}}{\text{經歷的時間}}$$

等加速度運動

自由落體運動

靜止下落

$v_0 = 0$

落地時間 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

落地速度 $v = \sqrt{2gh}$

鉛直下拋

v_0

h

v

鉛直上拋

v_0

h

v

$-v$

$-v_0$

最高點時

飛行時間 $t = \frac{v_0}{g}$

最大高度 $h = \frac{v_0^2}{2g}$



2-1 ▶ 運動學簡介

一、運動學常用觀念

1. 質點

- (1) 為了簡化問題的複雜度，當物體運動軌跡的尺度，遠大於物體的大小時，可將物體視為具有質量的點，稱為**質點**。
- (2) 質點像幾何學中的「點」一樣，**沒有體積、不占空間**、無法再予以細分，**但擁有可觀察或可量測出來的物理性質**。

2. 時間坐標軸

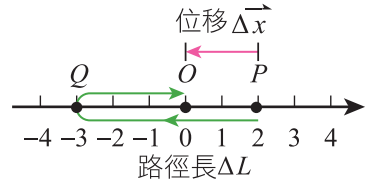
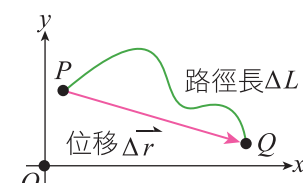
名稱	時刻	時距 (時間間隔)	
		t 秒內	第 t 秒內
定義	事件發生之瞬間，稱為時刻，坐標軸上的 t 時刻代表第 t 秒末或第 $t+1$ 秒初。	從計時開始 ($t=0$) 到第 t 秒末的時距	第 $t-1$ 秒末 ~ 第 t 秒末的時距
實例	$t=2$ 秒代表第 2 秒末或第 3 秒初	0 ~ 2 秒稱為 2 秒內	第 1 秒末 ~ 第 2 秒末的時距稱為第 2 秒內
圖示			

3. 純量與向量

	意義	物理量
純量	僅有量值、沒有方向的量稱為純量	能量、路徑長、速率
向量	兼具量值與方向的量稱為向量	位移、速度、加速度、磁場、電場

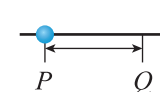
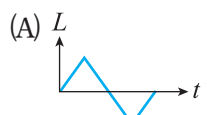
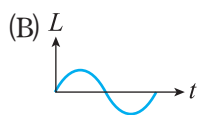
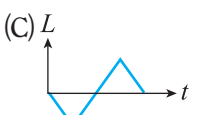
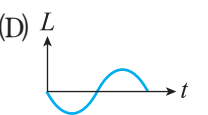
※ 註：通常我們會以符號加箭頭的標示來表示向量，例如以 $\Delta \vec{x}$ 來表示位移。但在一維運動中，僅有兩個方向（前後、左右、上下等），故用正、負即可表現方向，為了簡省符號，在一維運動中，向量的箭頭往往可略去。

二、位移與路徑長

	意義	純量或向量
位移	位置的變化量，亦即起點到終點之直線長度和方向。	向量
路徑長	質點移動的軌跡，稱為路徑；而該段移動軌跡的長度，稱為路徑長。	純量
圖示	 <p>▲圖(a) 質點由 P 點沿直線運動，經由 O 點到達 Q 點後折返，抵達 O 點而停止</p>	 <p>▲圖(b) 質點沿曲線由 P 點到達 Q 點</p>
兩者關係	(1) 由於直線是兩點之間最近的距離 \Rightarrow 路徑長_____位移量值。 (2) 當質點作不折返的直線運動時，上式的等號才會成立。	

觀念即時通

* 為多選題

- * _____ 1. 下列有關「位移」和「路徑長」的敘述，哪些正確？
 (A) 位移是向量 (B) 路徑長是純量 (C) 物體的位移量值與所走路徑長成正比 (D) 質點在某段時距內的路徑長恆大於位移量值 (E) 運動員繞場一周，路徑長和位移皆為零。
- _____ 2. 在 x 軸上有 P 、 Q 兩點， P 點的坐標為 $+4\text{ m}$ ， Q 點的坐標為 -13 m ，某人沿 x 軸自原點 O 出發，朝正向移至 P 點，再朝負向由 P 點移至 Q 點，則此人移動過程的
 (A) 路徑長為 17 m (B) 路徑長為 21 m 向左 (C) 位移為 13 m (D) 位移為 -13 m (E) 位移為 13 m 向左。
- _____ 3. 一質點在直線上的 PQ 兩點間來回振動，今以質點通過 P 點的時刻為零，則該質點的路徑長 L 與時間 t 的關係圖形，可能為下列何者？
- 
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 以上皆不可能。

三、速度與速率

		速度	速率
定義		單位時間內的位移，即 $\text{速度} = \frac{\text{位移}}{\text{經歷的時間}}$	單位時間內所走的路徑長，即 $\text{速率} = \frac{\text{路徑長}}{\text{經歷的時間}}$
公式	時距較長時 (以一維運動為例)	平均速度 $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	平均速率 $V_{av} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$
	時距極短時 (以一維運動為例)	瞬時速度 $v = \frac{dx}{dt}$	瞬時速率 $V = \frac{dL}{dt}$
常用單位		公分 / 秒 (cm/s)、公尺 / 秒 (m/s)、公里 / 時 (km/h)	
圖示			

※ 註： $\lim_{\Delta t \rightarrow 0}$ 是一個數學符號，其意義為時間極短（趨近於零）。

觀念即時通

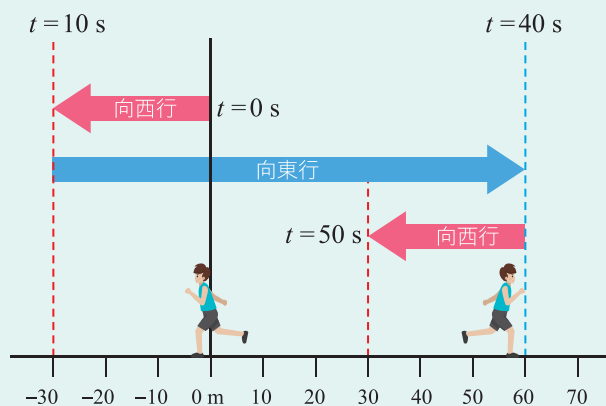
* 為多選題

- * _____ 4. 下列有關「速度」的敘述，哪些正確？
 (A) 單位時間內的位置變化量稱為速度 (B) 單位時間內的位移稱為速度 (C) 速度是向量
 (D) 平均速度為零，表示物體靜止 (E) 速度的 SI 制單位為 cm/s。
- * _____ 5. 下列有關「速率」的敘述，哪些正確？
 (A) 單位時間內所走的路徑長稱為速率 (B) SI 制單位與速度不同 (C) 速率和速度為相同的物理量
 (D) 速率沒有方向性 (E) 平均速度的量值必等於平均速率。
- _____ 6. 爸爸開車帶全家外出郊遊，小彤看到汽車儀表板上正顯示車速為 70 km/h，試問此車速指的是下列何者？
 (A) 平均速度 (B) 平均速率 (C) 瞬時速度 (D) 瞬時速率 (E) 以上皆是。

範例 1 速度與速率

小龍在直線跑道上折返跑，自計時開始至 $t=50\text{ s}$ 期間的紀錄如圖所示。若以向東為正，且 $10\sim 40\text{ s}$ 期間為等速運動：

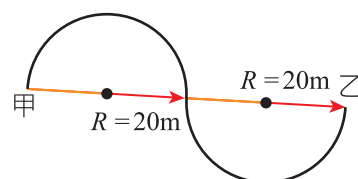
- (1) 小龍全程的平均速度為 _____ m/s 。
- (2) 小龍全程的平均速率為 _____ m/s 。
- (3) $t=30\text{ s}$ 時的瞬時速度量值為 _____ m/s ；
瞬時速率為 _____ m/s 。



馬上練習 1

小騰在某訓練場地進行體能訓練，訓練跑道由兩個半徑為 20 m 的兩個半圓所組成。小騰自最左端的甲點出發，至最右端的乙點共費時 20 s ，則在此期間：

- (1) 小騰全程的平均速度量值為 _____ m/s 。
- (2) 小騰全程的平均速率為 _____ m/s 。



四、加速度

定義		單位時間內速度之變化量稱為加速度，為 向量 。 \Rightarrow 加速度 = $\frac{\text{速度的變化量}}{\text{經歷的時間}}$
公式	時距較長時 (以一維運動為例)	平均加速度 $a_{av} =$ _____
	時距極短時 (以一維運動為例)	瞬時加速度 $a =$ _____
方向		1. 與合力的方向相同 ($\because \vec{F} = m\vec{a}$)。 2. 與速度變化的方向相同 ($\because \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$)。 ※ 注意：不一定與速度同方向。
常用單位		公分 / 秒 ² (cm/s ²)、公尺 / 秒 ² (m/s ²)
圖示		

觀念即時通

* 為多選題

- _____ 7. 下列有關「加速度」的敘述，何者正確？
 (A) 加速度為向量 (B) 加速度 $a = \frac{\text{速度 } v}{\text{時間 } t}$ (C) 加速度的 SI 制單位為 m²/s (D) 加速度為負時，物體的速率必定減小 (E) 等速圓周運動的物體不具加速度。
- * _____ 8. 下列有關「速度」和「加速度」的比較，哪些正確？
 (A) 物體速度為零的瞬間，加速度亦為零 (B) 加速度的方向和速度的方向必相同 (C) 加速度的方向和速度變化的方向相同 (D) 速度愈大，則加速度愈大 (E) 物體作等速度運動時，加速度為零。

範例 2 加速度

一跳傘員在時刻 $t=0$ 時，由停留於空中定點的直昇機上跳落，等了幾秒鐘後才打開降落傘。下表為跳傘員鉛直下落的速度與時間的關係，則：

時刻 $t(\text{s})$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
速度 (m/s)	0	10	20	30	22	14	12	9	9	9

- 跳傘員在「第 3 s 內」的平均加速度為_____ m/s^2 。
- 跳傘員在「第 7 s 內」的平均加速度為_____ m/s^2 。
- 已知在 3 s 內跳傘員作等加速運動，則 $t=2.5$ s 時，跳傘員的瞬時加速度為_____ m/s^2 。

馬上練習 2

承範例 2：

- 跳傘員在「3 s 內」的平均加速度為_____ m/s^2 。
- 跳傘員在「7 s 內」的平均加速度為_____ m/s^2 。



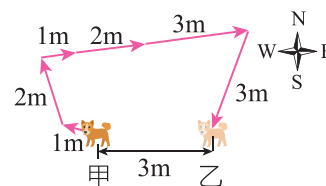
▶ 段考基礎練習題

* 為多選題

主題練習

概念 位移與路徑長

- 某隻小狗自圖中的甲處出發，最後達乙處停下來，其移動的軌跡及相關數據如圖所示。則全程的路徑長為_____；位移為_____。



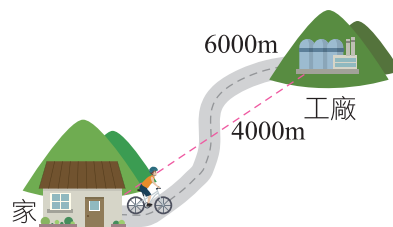
_____ 2. 有一隻螞蟻在直線上運動，其不同時刻的位置如表所示，則此螞蟻在 20 s 內：

- (A) 總位移為 1 cm (B) 總位移為 -1 cm (C) 總位移為 -5 cm (D) 總路徑長為 5 cm
(E) 總路徑長為 18 cm。

位置 (cm)	4	2	3	1	-2	0	1	4	3	2	-1
時間 (s)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

概念 速度與速率

3. 小明自家中出發，依圖中的路徑到工廠上班，費時 10 min。已知該道路的總長度為 6000 m，直線距離為 4000 m，則：



- (1) 小明全程的平均速度的量值為_____ km/h。
(2) 小明全程的平均速率為_____ km/h。

4. 某汽車以時速 60 km 向東行駛 40 min、再向西行駛 20 min，則：

- (1) 汽車全程的平均速度為_____。
(2) 汽車全程的平均速率為_____。

* _____ 5. 某運動中的物體，其第 2 s 末的瞬時速率與下列哪些相等？

- (A) 前 2 s 內平均速度的量值 (B) 第 2 s 末瞬時速度的量值 (C) 前 2 s 的平均速率 (D) 在第 2 s 末時刻附近取極短時間內的平均速度之量值 (E) 零。

_____ 6. 某物體作等速度運動時，下列敘述何者錯誤？

- (A) 物體運動的軌跡必為直線 (B) 物體的平均速度必等於任何時刻的瞬時速度 (C) 物體必作等速率運動 (D) 等速圓周運動屬於等速運動的一種 (E) 位移量值必等於路徑長。

* _____ 7. 大雄由位置 $x=5$ m 處出發，以等速 8 m/s 朝 $+x$ 方向運動，下列敘述哪些正確？

- (A) 大雄的運動方向保持不變 (B) 大雄在前 10 s 內的平均速度量值等於 0 (C) 大雄前 10 s 內的平均速率等於 8 m/s (D) 大雄第 5 s 內的位移量值為 40 m (E) 大雄第 5 s 末的位置在 $x=45$ m 處。

概念 加速度

- _____ 8. 在一直線上運動的質點，在 3 s 內由 10 m/s 向東的速度，變成 5 m/s 向西的速度，則其平均加速度為何？
 (A) 3 m/s^2 ，向東 (B) 3 m/s^2 ，向西 (C) 5 m/s^2 ，向東 (D) 5 m/s^2 ，向西 (E) 6 m/s^2 ，向西。
9. 一輛臺灣高鐵的列車作等加速直線運動，在時速 288 km/h 的狀態下，完成煞車需要花 120 s，則其平均加速度量值為 _____ m/s^2 。

基礎大考試題

- _____ 1. 王同學投擲溜溜球 (Yo-Yo 球)。溜溜球以每秒 1 m 的速率擲出，在 2 s 後以相同速率、相反方向回到他的手中 (王同學手的位置未變)。溜溜球自離開王同學手中到回到他手中的平均速度及平均加速度大小，各為 $X \text{ m/s}$ 與 $Y \text{ m/s}^2$ ，試問下列哪一選項的數字可表示 (X, Y) ？
 (A) (0,0) (B) (0,1) (C) (0.5,1) (D) (1,0)。
 <學測>
- _____ 2. 汽車後煞車燈的光源，若採用發光二極體 (LED)，則通電後亮起的時間，會比採用燈絲的白熾車燈大約快 0.5 s，故有助於後車駕駛提前作出反應。假設後車以 50 km/h 的車速等速前進，則在 0.5 s 的時間內，後車前行的距離大約為多少 m？
 (A) 3 (B) 7 (C) 12 (D) 25。
 <學測>
- _____ 3. 假設某地區發生地震時，P 波的傳遞速度為 6 km/s，S 波的傳遞速度為 4 km/s，則當該地區發生地震時，這兩種地震波到達甲測站的時間差為 10 s，到達乙測站的時間差為 30 s，如果甲測站在上午 9:25:30 (9 點 25 分 30 秒) 測到初達 P 波，則乙測站應在何時測到初達 P 波？
 (A) 9:25:40 (B) 9:25:50 (C) 9:26:00 (D) 9:26:10 (E) 9:26:20。
 <103學測，答對率41%>



▶ 分科測驗進攻題

* 為多選題

進階試題

1. 小華騎車上山的速率為 10 km/h ，下山的速率為 30 km/h ，則往返一趟之：

(1) 平均速率為_____ km/h ；(2) 平均速度為_____ km/h 。

* _____ 2. 對質點的運動而言，下列敘述哪些正確？

(A) 平均速度的量值必等於平均速率 (B) 瞬时速度的量值必等於瞬時速率 (C) 等速圓周運動必為等速度運動 (D) 等速度運動必為等速率運動 (E) 石頭鉛直下落的過程中，平均速度的量值必等於平均速率。

進階大考試題

_____ 1. 在電影「海角七號」的故事中，日本籍的老師搭船離開臺灣回到日本，此一由臺灣出發到日本的航程共七天，跨越的經度與緯度大約分別為 15° 與 10° 。已知地球赤道的周長約 4 萬公里，則此船的速度在由南往北的分量，平均約為多少 km/h ？

(A) 7 (B) 21 (C) 42 (D) 70。

〈學測修〉



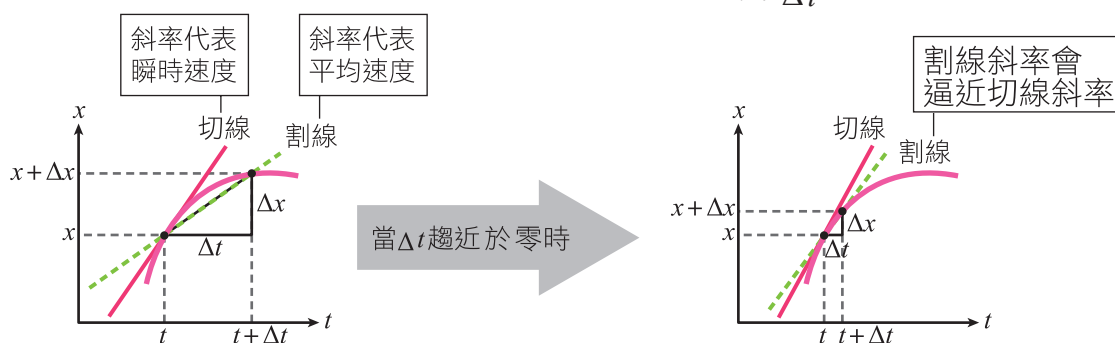
2-2 物體運動圖

一、位置—時間圖 ($x-t$ 圖)

1. 如下圖所示，物體靜止、作等速運動及等加速運動時，其 $x-t$ 圖分別為水平直線、斜直線以及拋物線，可以清楚看出位置如何隨時間變化。

運動型態	靜止	等速度	等加速度
$x-t$ 圖			

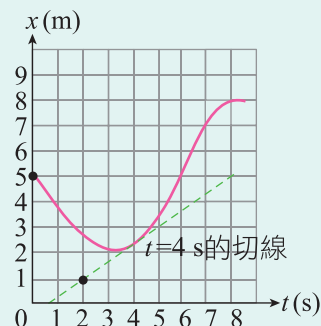
2. 如下圖所示，連接兩點的割線斜率 $m_{\text{割線}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 代表 _____。
3. 當 Δt 趨近於零時，割線斜率會逼近切線斜率， $m_{\text{切線}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 代表 _____。



範例 1 $x-t$ 圖

如圖為某質點在直線上運動的 $x-t$ 圖，則：

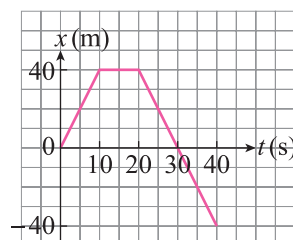
- 質點在 6 s 內的平均速度量值為 _____ m/s；
平均速率為 _____ m/s。
- 質點在第 7 s 內的平均速度量值為 _____ m/s。
- 質點在第 4 s 末的瞬時速度量值為 _____ m/s；
瞬時速率為 _____ m/s。



馬上練習 1

如圖為某質點在直線上運動的 $x-t$ 圖，則：

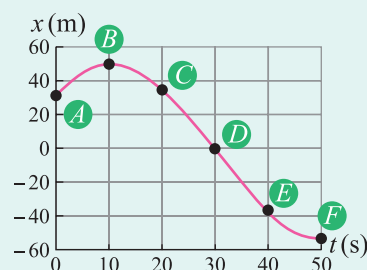
- (1) 質點在 40 s 內的平均速度為 _____ m/s ；
平均速率為 _____ m/s 。
- (2) 質點在第 4 s 內的平均速度為 _____ m/s 。
- (3) 質點在第 3 s 末的瞬時速率為 _____ m/s ；
在第 25 s 末的瞬時速度為 _____ m/s 。



範例 2 $x-t$ 圖

如圖為某質點在直線上運動的 $x-t$ 圖，則：

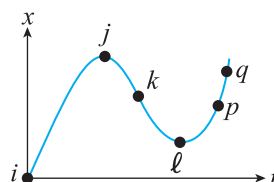
- (1) 速度為正的區間為 _____ 。
- (2) 速度為零的點為 _____ 。
- (3) 在區間 $A \sim B$ 中，加速度為 _____ 值 ；
在區間 $E \sim F$ 中，加速度為 _____ 值 。



馬上練習 2

某質點作直線運動的位置 x 與時間 t 之關係圖如圖，則：

- (1) 速度為正的區間為 _____ 。
- (2) 速度為零的點為 _____ 。
- (3) 在區間 $j \sim k$ 中，加速度為 _____ 值 ；在區間 $k \sim \ell$ 中，
加速度為 _____ 值 。



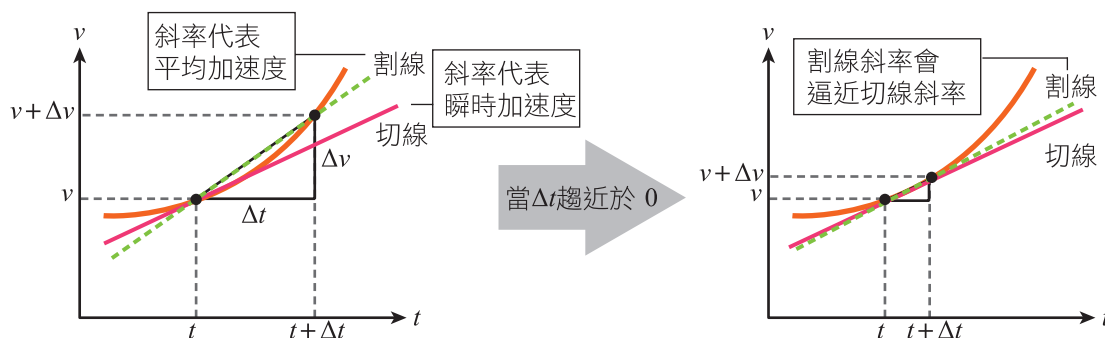
二、速度—時間圖 ($v-t$ 圖)

1. 如下圖所示，物體作等速運動、等加速度運動及變加速運動時，其 $v-t$ 圖分別為水平直線、斜直線以及曲線，可以清楚看出速度如何隨時間變化。

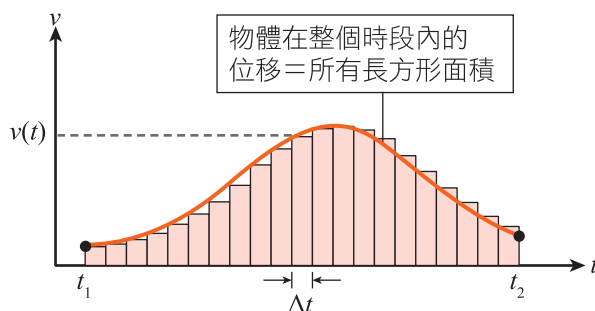
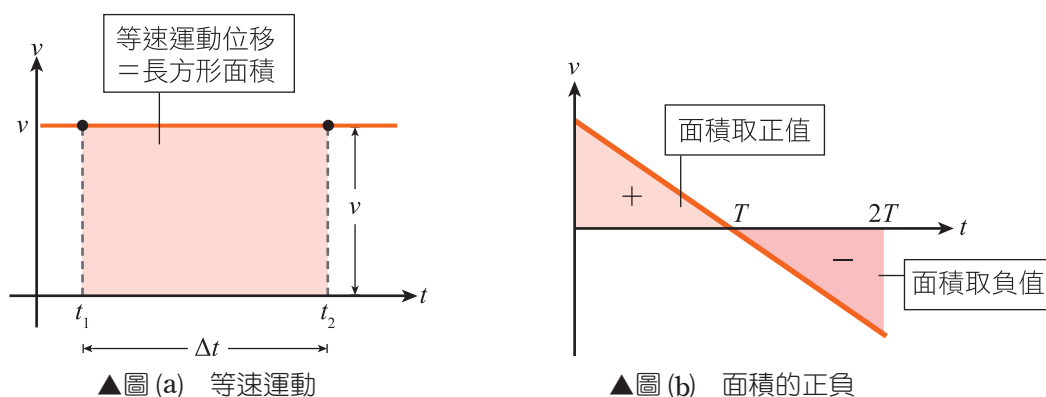
運動型態	等速度	等加速度	變加速度
$v-t$ 圖			

2. 如下圖所示，連接兩點的割線斜率 $m_{割線} =$ _____ 代表 _____。

3. 當 Δt 趨近為零時，割線斜率會逼近切線斜率， $m_{切線} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ 代表 _____。



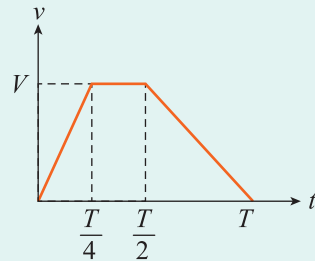
4. 如下圖所示， $v-t$ 圖中速度函數曲線與時間軸所包圍的面積代表 _____。在時間軸上方的面積為 _____，下方的面積為 _____。



▲圖 (c) 變速度運動

範例 3 $v-t$ 圖

一列火車自靜止開始沿著直線軌道前進，其速度 v 與時間 t 的關係如圖所示。若全程耗時為 T ，在 $\frac{T}{4} \leq t \leq \frac{T}{2}$ 時段的速度 $v=V$ ，則列車在全程的平均速度為下列何者？

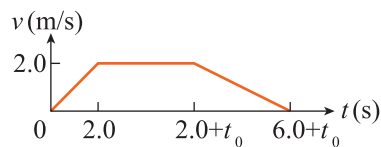


- (A) $\frac{V}{3}$ (B) $\frac{V}{2}$ (C) $\frac{5}{8}V$ (D) $\frac{3}{4}V$ (E) $\frac{4}{5}V$ 。 <105指考，答對率88%>

答 _____

馬上練習3

某生搭電梯由五樓直接下降到一樓，行進的距離為 12 m，取重力加速度量值為 10 m/s^2 。電梯的速率 v 隨時間 t 而變，如圖所示。當電梯由靜止啟動後可分為三個階段：最初的 2.0 s 加速行進；接著有 t_0 s 以 2.0 m/s 等速行進；最後 4.0 s 減速直到停止。下列何者為圖中的 t_0 值？ (A) 2.5 (B) 3.0 (C) 3.5 (D) 4.0 (E) 4.5。



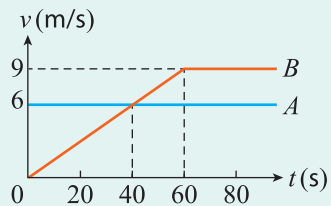
<103學測，答對率59%>

答 _____

範例 4 $v-t$ 圖

停在十字路口之 B 車當綠燈亮時，加速前進，同時另一 A 車以一定速度穿過十字路口，其速度對時間關係如圖：

- B 車最初加速度為 _____ m/s^2 。
- 當 $t=$ _____ s 時， B 車趕上 A 車；此時兩車離十字路口 _____ m。
- 當 $t=$ _____ s 時，兩車速率相等；此時兩車相距 _____ m。

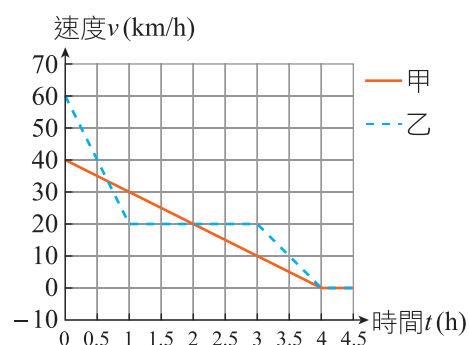


馬上練習4

甲、乙兩車直線前進行駛於筆直的水平道路上，其速度 v 對時間 t 的關係如圖所示。已知時間 $t=0$ 時甲車領先乙車 5 km ，下列關於兩車的敘述，哪些正確？

- (A) 甲車在 4 h 內均維持等速運動 (B) 甲乙兩車在第一個 h 末第一次相遇 (C) 乙車在第一個 h 內作加速度為負值的等加速運動 (D) 乙車在第一個 h 末至第三個 h 末之間作等加速運動 (E) 4 h 之後，兩車均停了下來，此時兩車的距離為 5 km 。

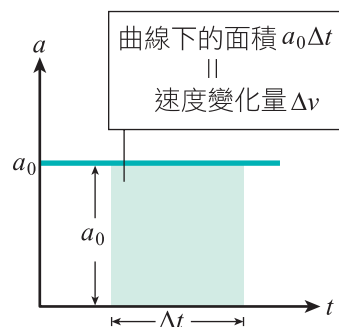
答 _____



〈106指考，答對率52%〉

三、加速度—時間圖 ($a-t$ 圖)

- $a-t$ 圖的斜率沒有物理上的意義。
- $a-t$ 圖的函數曲線與時間軸所包圍的面積即為 _____ (在時間軸上方的面積為正，下方的面積為負)。

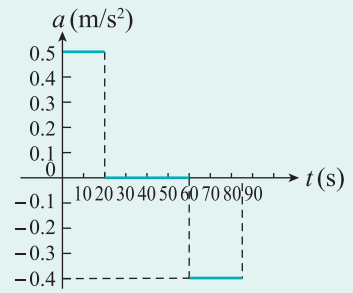


四、運動圖總整理

	$x-t$ 圖	$v-t$ 圖	$a-t$ 圖
割線斜率	平均速度	平均加速度	
切線斜率	瞬時速度	瞬時加速度	
與時間軸所圍面積		位移	速度變化量

範例 5 $a-t$ 圖

某人駕駛汽車在筆直水平路面上行駛，遇紅燈而停，綠燈亮時車開始前進並設此時刻為 $t=0$ ，由此時刻到 $t=85\text{ s}$ 的期間，汽車加速度 a 與時間 t 的關係如圖所示。



(1) 下列關於此汽車運動的敘述，哪些正確？（應選 2 項）

- (A) 汽車在 0 到 20 s 間作等速運動 (B) 汽車在 20 到 60 s 間靜止不動 (C) 汽車在 20 到 60 s 間以等速前進 (D) 汽車在 60 到 85 s 間速度可能小於 0 (E) 汽車在 $t=85\text{ s}$ 時恰好停止。

(2) 此汽車在 $0 \leq t \leq 85\text{ s}$ 期間，共行駛多長的距離？

- (A) 625 m (B) 525 m (C) 485 m (D) 300 m (E) 100m。

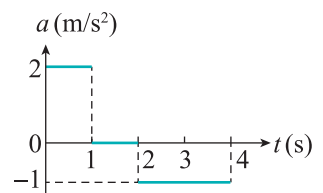
<106學測，答對率48%>

答 (1) _____ (2) _____

馬上練習5

一物體由初速 4 m/s 開始作直線運動，其 $a-t$ 圖如圖，則：

- (1) 第 3 s 末的速度為 _____ m/s 。
 (2) 4 s 內的位移為 _____ m 。
 (3) 若 0 s 時物體的位置 $x=10\text{ m}$ ，
 則第 4 s 末的位置為 _____ m 。
 (4) 4 s 內的平均速度為 _____ m/s 。





課外補充資料

微分的應用

1. 說明

簡易微積分在「高三選修數學」中會有詳細的介紹，若現在同學覺得太難，只要先學會怎麼使用即可。微積分包括「微分」和「積分」兩部分，在高中物理較需要的是「微分」的部分。因此以下僅就微分作說明，若能學會，同學解題時必能達到「事半功倍」的效果。

2. 導函數與微分

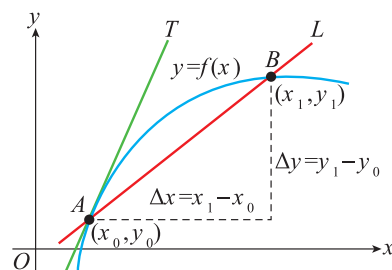
(1) 函數 $y=f(x)$ 的導函數定義為：

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}。$$

(2) $f(x)$ 的導函數之幾何意義，即是 $f(x)$ 之切線斜率函數，即圖中直線 T 的斜率。

(3) 求導函數的過程稱為微分，而其方法則稱為微分法。

通常以 $\frac{d}{dx}$ 來代表微分運算子，因此 $f'(x) = \frac{d}{dx} f(x)$ 。



3. 微分規則

(1) 多項式的微分規則

規則	實例
常數微分為零： $\frac{d}{dx} [c] = 0$ ，其中 c 為一實數	$\frac{d}{dx} [5] = 0$
乘冪律 (power rule)： $\frac{d}{dx} [x^n] = n \cdot x^{n-1}$ ，其中 n 是有理數 ※ 即指數跳下來當係數，新的指數減 1	$\frac{d}{dx} [x^3] = 3x^2$
倍數規則： $\frac{d}{dx} [cf(x)] = cf'(x)$	$\frac{d}{dx} [3x^3] = 3 \times \frac{d}{dx} [x^3] = 3 \times 3x^2 = 9x^2$
※ 結論： $\begin{cases} \text{多項式 } y=f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \\ \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y' = f'(x) = a_n n x^{n-1} + a_{n-1} (n-1) x^{n-2} + \dots + a_1 \end{cases}$	

例： $y = -3x^2 + 2x + 5 \Rightarrow \begin{cases} \text{① } y \text{ 對 } x \text{ 的導函數 } y' = -6x + 2。 \\ \text{② 在 } x=2 \text{ 處之切線斜率} = -6 \times 2 + 2 = -10。 \\ \text{③ } y \text{ 對 } x \text{ 的二階導函數 } y'' = -6。 \end{cases}$

(2) 三角函數的微分

高中物理會用到的三角函數微分有下列四個，請同學先記下來：

$$\begin{cases} \text{① } \frac{d}{dx} [\sin x] = \cos x \\ \text{② } \frac{d}{dx} [a \sin kx] = ak \cos kx \quad (a, k \text{ 為常數}) \end{cases} \begin{cases} \text{③ } \frac{d}{dx} [\cos x] = -\sin x \\ \text{④ } \frac{d}{dx} [a \cos kx] = -ak \sin kx \quad (a, k \text{ 為常數}) \end{cases}$$

例： $(1) y = 3\sin 2x \Rightarrow y' = 3 \times 2 \times \cos 2x = 6\cos 2x$
 $(2) y = 3\cos 2x \Rightarrow y' = -3 \times 2 \times \sin 2x = -6\sin 2x$

4. 微分在運動學上的應用

(1) 若位置為時間的函數 $x=x(t) \Rightarrow$ 速度函數 $v(t) = \frac{dx}{dt} = x'(t)$ 。

(2) 若速度為時間的函數 $v=v(t) \Rightarrow$ 加速度函數 $a(t) = \frac{dv}{dt} = v'(t) = x''(t)$ 。



▶ 段考基礎練習題

* 為多選題

主題練習

概念 $x-t$ 圖

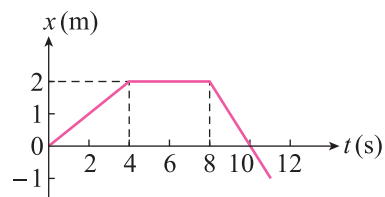
1. 如圖為某質點在直線上運動的 $x-t$ 圖，則：

(1) 質點 10 s 內的平均速度為 _____ m/s；

平均速率為 _____ m/s。

(2) 質點在第 4 s 內的平均速度為 _____ m/s。

(3) 質點在第 3 s 末的瞬時速率為 _____ m/s；在第 9 s 末的瞬時速度為 _____ m/s。

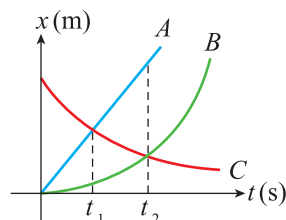


* _____ 2. A 、 B 、 C 三車沿直線運動的位置 (x)—時間 (t) 關係圖如圖所示，下列敘述哪些正確？

(A) A 車作等加速運動 (B) C 車和 A 、 B 二車不可能相遇

(C) A 、 B 兩車的運動方向與 C 車相反 (D) 在 t_2 時刻 A 車的車速大於 B 車的車速

(E) C 車之速率隨時間而逐漸增大。

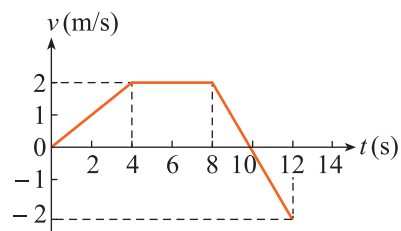


概念 $v-t$ 圖

3. 圖中所示為沿 x 軸運動質點之速度 v 與時間 t 之關係。若 $t=0$ 時該質點位於 $x=4$ m 處，則：

(1) 當 $t=2$ s 時，質點的加速度為 _____ m/s^2 ；當 $t=6$ s 時，質點的加速度為 _____ m/s^2 ；當 $t=10$ s 時，質點的加速度為 _____ m/s^2 。

(2) 在 $t=12$ s 時，該質點之位置 $x=$ _____ m。



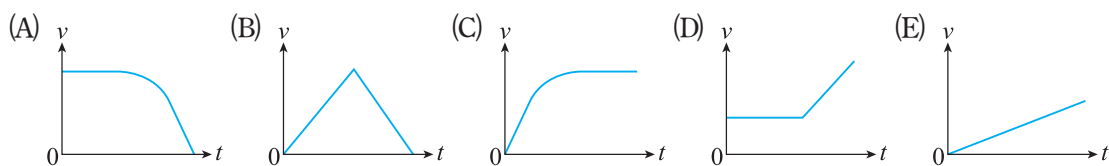
4. 沿 x 軸作直線運動的某物體，其速度 v 和時間 t 的關係為： $v(t)=6t+4$ (m/s)，已知物體的初位置在 $x=12$ m 處，則此物體：

(1) 第 2 s 末的速度為 _____ m/s；

(2) 第 2 s 末的位置在 $x=$ _____ m；

(3) 前 2 s 內的平均速度為 _____ m/s。

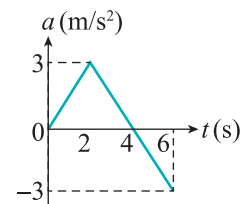
5. 汽車在高速公路直線等速行駛，接近收費站前開始緩緩的煞車而停止。下列何者最可能說明其由等速行駛狀態至煞車停止時的速度 (v) 與時間 (t) 的關係？



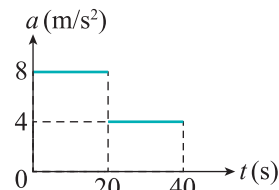
概念 $a-t$ 圖

6. 如圖為某汽車作直線運動之加速度 a 對時間 t 的關係圖，已知其初速為 2 m/s ，則下列敘述何者正確？

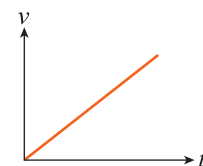
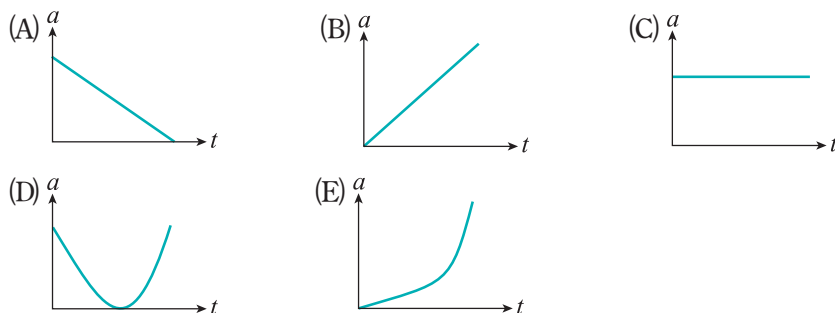
- (A) 4 s 末的瞬時加速度為 -1.5 m/s^2
 (B) 4 s 內的平均加速度為 3 m/s^2
 (C) 6 s 末的瞬時加速度為 -1.5 m/s^2
 (D) 6 s 末的速度為 3 m/s
 (E) 6 s 內的平均加速度為 0.5 m/s^2 。



7. 某一作直線運動的質點，其加速度與時間的關係如圖，若質點的初速度為 30 m/s ，則質點在第 40 s 末時的速度為 _____ m/s 。

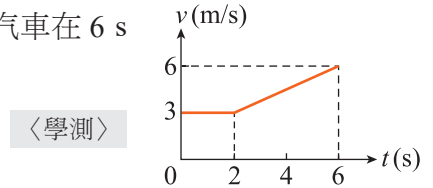


8. 右圖所示為某物體運動速度 v 與時間 t 的關係圖，則下列何者為該物體加速度 a 與時間 t 的關係圖？

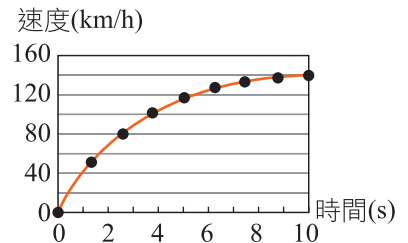


基礎大考試題

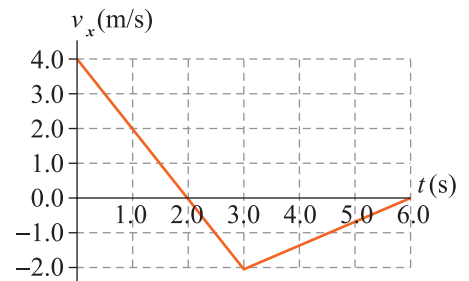
1. 如圖是描述汽車在一直線上運動的速度與時間圖，則汽車在 6 s 內，總共行走的距離為多少 m？
 (A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 24 (E) 36。



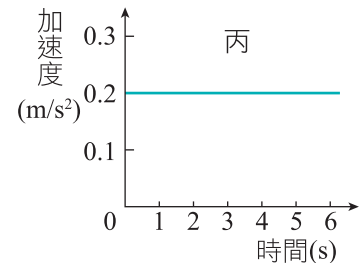
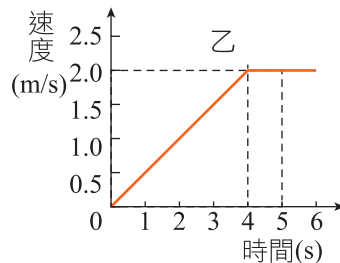
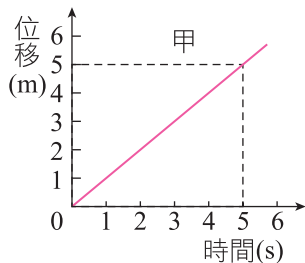
2. 一輛跑車自靜止開始，沿一直線運動，最初 10 s 內的速度與時間的關係如圖所示。在這段時間內，下列有關此跑車的敘述，何者正確？
 (A) 跑車以等加速運動
 (B) 跑車的加速度愈來愈小
 (C) 跑車的最大速度為 160 km/h
 (D) 跑車的平均加速度為 14 km/h^2 。



3. 一質點沿 x 軸作一維直線運動，其速度 v_x 與時間 t 的關係如圖所示。下列有關該質點位移與路徑長關係的敘述，何者正確？
 (A) 從 0.0 至 2.0 s 的全程運動，質點的位移量值大於路徑長
 (B) 從 0.0 至 2.0 s 的全程運動，質點的位移量值小於路徑長
 (C) 從 0.0 至 3.0 s 的全程運動，質點的位移量值等於路徑長
 (D) 從 0.0 至 3.0 s 的全程運動，質點的位移量值小於路徑長
 (E) 從 0.0 至 6.0 s 的全程運動，質點的位移量值等於路徑長。



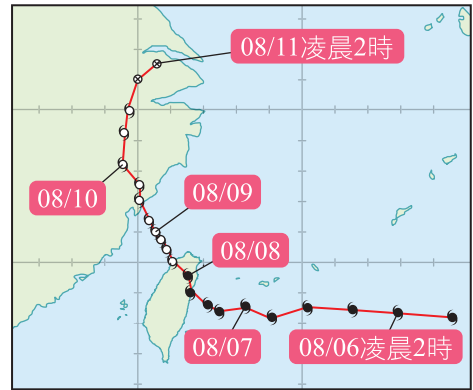
4. 三個靜止的物體甲、乙、丙，同時開始在水平面上作直線運動，其運動分別以下列三圖描述：圖 (a) 為甲的位移與時間的關係，圖 (b) 為乙的速度與時間的關係，圖 (c) 為丙的加速度與時間的關係。在時間為 5 s 時，甲、乙、丙三者的加速度量值關係為何？



- (A) 甲 = 乙 < 丙 (B) 甲 = 丙 < 乙 (C) 甲 < 乙 = 丙 (D) 甲 > 乙 > 丙 (E) 丙 < 甲 < 乙。

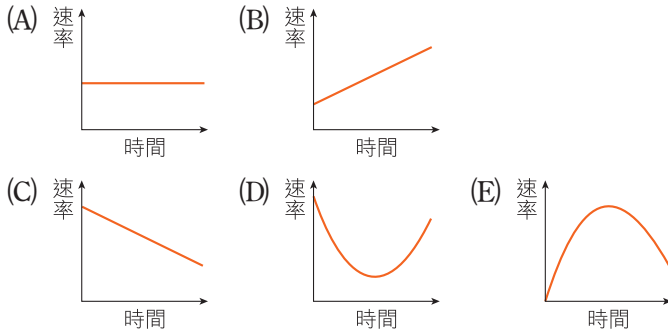
〈101學測，答對率46%〉

5. 颱風之風雨往往對臺灣造成巨大災害，因此對颱風特性的了解是重要的。如圖為某次颱風中心位置隨著日期變化的路徑圖（每日凌晨 2 時開始記錄，每 6 h 記錄一次）。自 08/06 凌晨 2 時至 08/11 凌晨 2 時期間，該颱風中心移動的平均速率隨著時間變化的趨勢曲線，最接近下列何者？

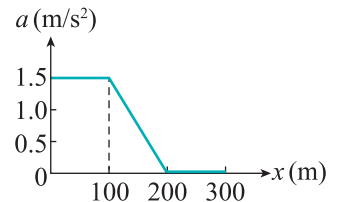


實心點表示強烈或中度颱風
空心點表示輕度颱風

〈108學測，答對率55%〉



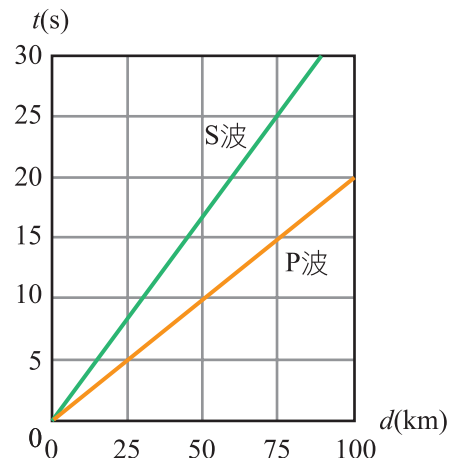
6. 一質量為 1000 kg 的汽車在十字路口 ($x=0$) 停下等待，當紅燈轉綠燈後，開始在筆直水平道路上沿 $+x$ 方向作直線運動，前 300 m 的加速度 a 與位置 x 之關係如圖所示，汽車在下列哪一路段作等速運動？



- (A) $0 < x < 100$ m (B) $100 \text{ m} < x < 200$ m (C) $200 \text{ m} < x < 300$ m
(D) $0 < x < 200$ m (E) $0 < x < 100$ m 及 $200 \text{ m} < x < 300$ m。

〈108指考，答對率90%〉

7. 如圖為 P 波與 S 波從震源傳遞到不同距離所需要的時間，又稱地震波走時曲線圖。今有一地震發生，在某測站測得 P 波和 S 波到達的時間差為 8s，則某測站距震源約多少 km？



- (A)40 (B)50 (C)60 (D)70 (E)80。

〈101學測〉

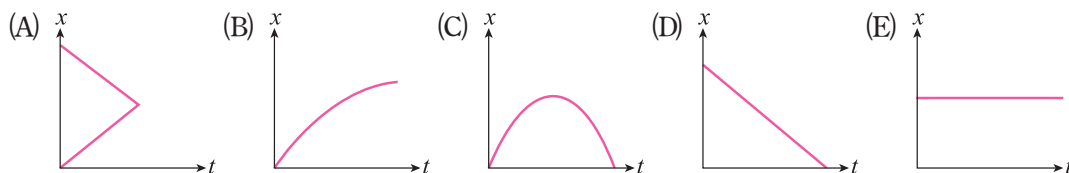


分科測驗進攻題

* 為多選題

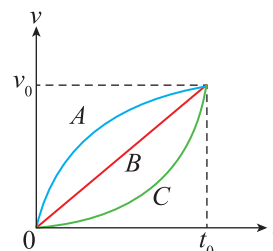
進階試題

_____ 1. 下列各圖為物體之位置對時間之關係曲線，試問哪一張關係圖是不正確的？



* _____ 2. 如圖為 A 、 B 、 C 三車在同一直線上由同一地點出發的 $v-t$ 圖，則下列敘述哪些正確？

- (A) t_0 時刻三車相遇 (B) t_0 時刻三車速度相等 (C) 三車之平均速度相等 (D) 出發後 t_0 時間內三車之平均加速度相等 (E) t_0 時刻 A 車瞬時加速度最大。



進階大考試題

_____ 1. 一物體作直線運動，先以 4 m/s^2 的等加速度從靜止開始運動，接著以 -2 m/s^2 的等加速運動直到停止。若運動的總距離為 150 m ，則此物體運動所需時間為多少 s ？

- (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25。

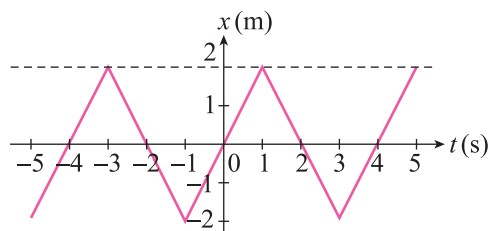
〈聯考〉

2. 二條平直且互相平行的鐵路上，各有一列火車；甲火車長 300 m ，以等速 40 m/s 前進；乙火車長 100 m ，當甲火車尾端通過乙火車頭時，乙火車由靜止開始起動，且以 2 m/s^2 之加速度增至最大速度 60 m/s 後維持等速前進。總共經過 _____ s 後，乙火車尾端超過甲火車頭。

〈聯考〉

* _____ 3. 一質點沿 x 軸作週期性的運動，其位置坐標 x 對時間 t 的關係如圖所示。下列有關此質點運動的敘述，哪些正確？（應選 2 項）

- (A) 質點在任一週期的平均速度均為零 (B) 外力對質點所作之功大於零 (C) 當 $|x| < 2 \text{ m}$ 時質點以等速率運動 (D) 質點沿 x 軸作等速運動。



〈學測〉



2-3 ▶ 等加速運動

一、等加速運動的特性

1. 加速度**量值**及**方向**皆不變，單位時間內的**速度變化量**相同。
2. 瞬時加速度**等於**任一時段的平均加速度。
3. 等加速運動的運動軌跡可以是**直線**或**拋物線**。
 - (1) 若物體的初速度為**零**或與加速度方向**平行**，則運動軌跡為一直線。
 - (2) 若物體的初速度與加速度方向**不平行**，則運動軌跡為一拋物線。

觀念即時通

* 為多選題

- * _____ 1. 物體作「等加速運動」，其運動軌跡可以是下列哪些？
 (A) 向右的直線軌跡 (B) 向下的直線軌跡 (C) 先向上後向下的直線軌跡 (D) 先向右後向左，再向右的直線軌跡 (E) 圓周軌跡。

二、等加速直線運動公式

1. 公式推導

初速度為 v_0 、加速度為 a 的等加速直線運動，其 $a-t$ 圖及 $v-t$ 圖如圖所示：

(1) $a-t$ 圖的面積 = 速度變化量

$$\Rightarrow at = \Delta v = v - v_0 \Rightarrow v = v_0 + at \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

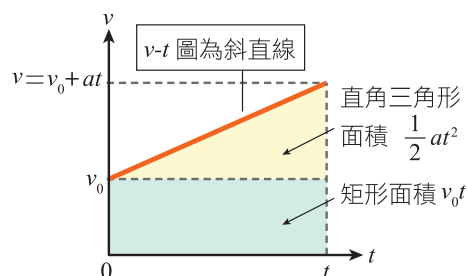
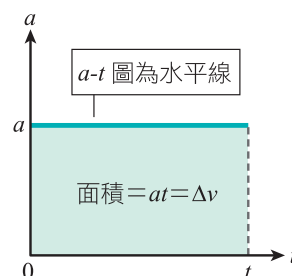
(2) $v-t$ 圖的面積 = 位移 $\Rightarrow \frac{v_0 + v}{2} \times t = \Delta x \dots\dots \textcircled{2}$

(3) 將 ① 代入 ② $\Rightarrow \Delta x = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \times t = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \dots\dots \textcircled{3}$

\swarrow $v-t$ 圖中的矩形面積 \searrow $v-t$ 圖中的三角形面積

(4) 由 ① 可得： $t = \frac{v - v_0}{a}$ 代入 ②

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times \frac{v - v_0}{a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \dots\dots \textcircled{4}$$



2. 公式整理

(1) 末速與時間的關係： $v =$ _____

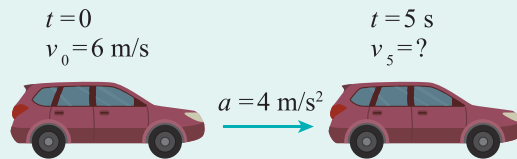
(2) 末速與位移的關係： $v^2 =$ _____

(3) 位移與時間的關係： $\Delta x =$ _____ = _____

範例 1 運動公式

在直線賽車道上，有一輛作等加速運動的跑車，其加速度為 4 m/s^2 ，初速度為 6 m/s ，試回答下列問題：

- (1) 跑車第 5 s 末的速度為 _____ m/s 。
- (2) 跑車前 10 s 內的平均速度為 _____ m/s 。
- (3) 當跑車所走的位移為 56 m 時，跑車的末速度為 _____ m/s 。



馬上練習 1

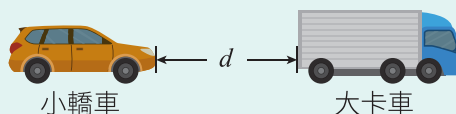
某物體作等加速直線運動，第 1 s 末速度為 6 m/s ，第 2 s 末速度為 10 m/s ，則此物體第 3 s 內之平均速度為 _____ m/s 。

範例 2 追撞問題

在高速公路筆直路段上，一小轎車正以 32 m/s 的速度行進，駕駛突然發現正前方 $d \text{ m}$ 處出現一輛僅以 20 m/s 速度行駛之大卡車，立即踩煞車而獲得 -3 m/s^2 定值加速度。假如大卡車始終維持該速度不變，當 d 值至少為多少 m ，兩車不會相撞？試分別以下列方法解之。

(1) 以運動公式求解。

(2) 畫出恰好相撞時，兩車的 $v-t$ 圖，以面積法求解。



馬上練習2

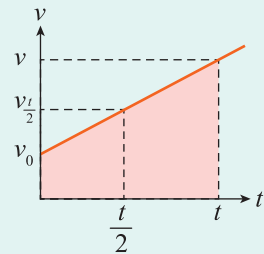
一警車接獲搶案通報之後，以最高車速 40 m/s (144 km/h)，沿直線道路向東趕往搶案現場。當警車距離搶匪 250 m 時，搶匪開始駕車從靜止以 4 m/s^2 的加速度，沿同一道路向東逃逸。警車保持其最高車速，繼續追逐匪車。若匪車最高車速也是 40 m/s ，則下列敘述哪些正確？ (A) 10 s 後，匪車的車速為 40 m/s (B) 10 s 後，警車前進了 400 m (C) 10 s 後，匪車前進了 400 m (D) 10 s 後警車追上匪車 (E) 兩車相距最近距離為 20 m 。

答 _____

範例 3 直線等加速運動的平均速度

某作直線等加速運動的物體，初速為 v_0 、第 t s 末的速度為 v ，其 $v-t$ 關係如圖所示。

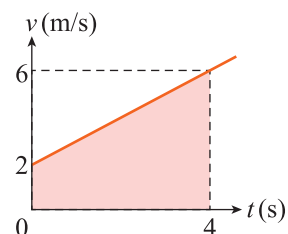
【試證】在某時距內的平均速度 = 初速與末速的算術平均 = 該時距時間中點的瞬時速度



馬上練習3

某作直線等加速運動的物體，其 $v-t$ 圖如圖所示，則：

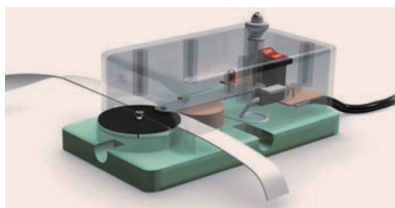
- (1) $0 \sim 4$ s 的平均速度 = _____ m/s。
- (2) 第 2 s 末的瞬時速度 = _____ m/s。



三、打點計時器與紙帶分析

1. 打點計時器

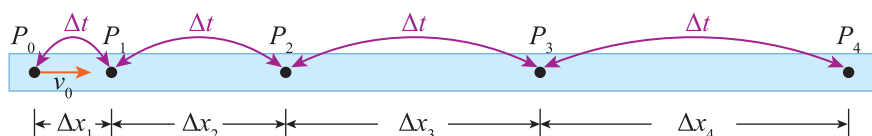
- (1) 如圖所示的儀器稱為**打點計時器**或**電鈴計時器**。使用時，物體連接著紙帶，帶動紙帶通過打點計時器下方之複寫紙，撞針打在複寫紙上即可在紙帶上留下小黑點。



- (2) **任兩點間的時距相等**，藉由紙帶點距的變化，可以判斷物體的運動情形。

2. 紙帶分析

如圖所示的實驗紙帶：



- (1) 若打點計時器的頻率為 f ，則相鄰兩個痕點之間的時距 $\Delta t =$ _____。

- (2) 當物體作等加速運動時，則其加速度 $a = \frac{\text{相鄰兩時距內的位移變化量}}{\text{時距}^2}$

證 利用運動公式：

$$\begin{cases} \Delta x_1 = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 \cdots \cdots \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 + \Delta x_2 = v_0 (2\Delta t) + \frac{1}{2} a (2\Delta t)^2 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

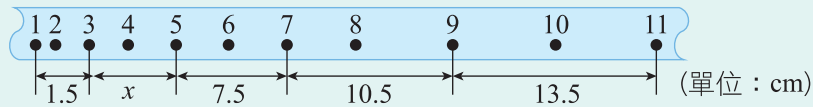
$$\Rightarrow \textcircled{2} - \textcircled{1} \times 2 \text{ 得 } \Delta x_2 - \Delta x_1 = a (\Delta t)^2 \Rightarrow a = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_1}{(\Delta t)^2} = \frac{\Delta d}{(\Delta t)^2}$$

- (3) $\because a = \frac{\Delta d}{(\Delta t)^2} \Rightarrow$ 當物體作等加速直線運動時，在相等時距內的 Δd 相等。

$\Rightarrow \Delta x_1$ 、 Δx_2 、 Δx_3 ……之間成 _____。

範例 4 紙帶分析

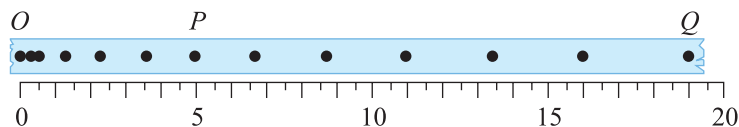
某生作「直線等加速實驗」，自靜止起拉動紙條通過電鈴型計時器，在 5 s 內紙帶上有 51 個痕點，今力學滑車拉動紙帶，分析紙帶上痕點如下圖所示，則：



- (1) 相鄰兩痕點之間的時距為 _____ s。
- (2) 滑車之加速度為 _____ cm/s^2 。
- (3) 圖中 x 的值為 _____ cm。
- (4) 圖中第 9 痕點的瞬時速度大小為 _____ cm/s。
- (5) 圖中第 11 痕點的瞬時速度大小為 _____ cm/s。

馬上練習 4

某生利用滑車拉動紙帶經過打點計時器來測量物體的加速度，取紙帶其中一部分進行分析，如圖所示。已知打點計時器頻率為 60 Hz，尺的刻度單位為 cm，則下列敘述哪些正確？



- (A) 連續兩痕點之間的時距為 $\frac{1}{60}$ s (B) O 、 P 點之間的時距為 $\frac{1}{60}$ s (C) O 、 P 點之間的平均速度大小為 50 cm/s (D) P 、 Q 點之間的平均速度大小為 140 cm/s (E) 加速度數值約為 90 cm/s^2 。

答 _____

四、自由落體運動

1. 自由落體特性

- (1) 物體從空中落下的運動，若除了地球引力外沒有任何其他的力對它施加作用，稱為自由落體運動。
- (2) 無論物體是由靜止下落、或以一初始速度鉛直上拋或下拋，當只受重力作用時，皆為自由落體運動。
- (3) 在處理自由落體運動時，坐標的選取通常定初速方向為正會比較方便。

2. 常見的三種自由落體

	靜止下落	鉛直上拋	鉛直下拋
圖示			
坐標的選取	取鉛直方向為 y 軸，定向下為正，向上為負，起始位置為原點。	取鉛直方向為 y 軸，定向下為負，向上為正，拋射點為原點。	取鉛直方向為 y 軸，定向下為正，向上為負，拋射點為原點。
運動方程式	1. 加速度： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 2. 速度： $v = \underline{\hspace{2cm}}$ 3. 位置： $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 4. 落地時間： $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \underline{\hspace{2cm}}$ 5. 落地速度： $v^2 = 2gh \Rightarrow v = \underline{\hspace{2cm}}$	1. 加速度： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 2. 速度： $v = \underline{\hspace{2cm}}$ 3. 位置： $y = \underline{\hspace{2cm}}$	1. 加速度： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 2. 速度： $v = \underline{\hspace{2cm}}$ 3. 位置： $y = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 鉛直上拋的重要性質

(1) 運動分析：

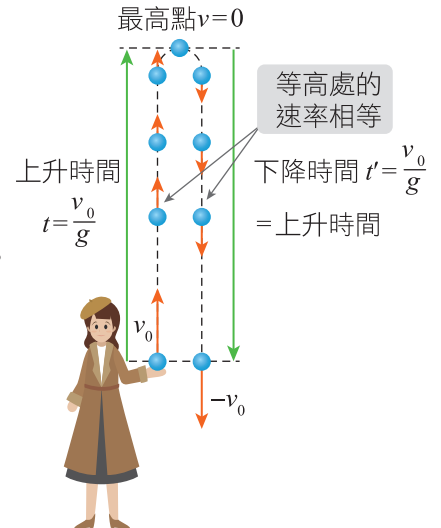
① 上升過程：速度 $v > 0$ ，由於此時速度與加速度方向相反，故速度愈來愈慢。

② 最高點：瞬時速度為 _____ \Rightarrow $\begin{cases} \text{上升時間：} & \text{_____} \\ \text{最大高度：} & \text{_____} \end{cases}$ 。

③ 下降過程：速度 $v < 0$ ，質點到達最高點後，開始做靜止下落運動，由於速度與加速度方向相同，故速度愈來愈快。

\Rightarrow 利用下降過程為靜止下落：

$\begin{cases} \text{下降時間：} & \text{_____} \Rightarrow \text{與上升時間相同。} \\ \text{回到拋射點速率：} & \text{_____} \Rightarrow \text{與原拋射速率相同。} \end{cases}$



(2) 運動的對稱性：

歸納上述的運動分析，可得鉛直上拋的運動對稱性：

① 質點回到與拋出點等高處時的瞬時速度量值相同，方向相反。

\Rightarrow 推論：質點不論上升或下降，通過同一高度時的速率都相等。

② 質點上升至最高點與由最高點下降至拋射點所需時間相同：

\Rightarrow 推論：不論上升或下降相同的高度，其所需的時間相同。

觀念即時通

* 為多選題

* _____ 2. 一石塊垂直上拋後自由落下，如果不計空氣阻力，則下列敘述哪些正確？（應選 2 項）
 (A) 石塊往上飛行時和向下掉落時的加速度都是一樣大小，且方向相同 (B) 石塊往上飛行時和向下掉落時的加速度都是一樣大小，但方向相反 (C) 石塊往上飛行到最高點時，其速度和加速度皆為零 (D) 石塊往上飛行到最高點時，其速度和加速度不為零 (E) 石塊往上飛行到最高點時，其速度為零，但加速度不為零。 〈學測〉

* _____ 3. 阿國自樓頂上，分別將甲、乙兩球以相同的初速率鉛直上拋及下拋，不計空氣阻力，下列哪些正確？
 (A) 甲先著地 (B) 乙先著地 (C) 甲的著地速率較大 (D) 乙的著地速率較大 (E) 甲、乙著地速率相等。

範例 5 靜止下落

高空彈跳是非常接近靜止下落的極限運動，著名的澳門塔總高度約 338 m，執行高空彈跳的高度約 233 m。設重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，不計任何阻力，當遊客自高空平臺由靜止自由落下，往下掉落 125 m 瞬間（彈力繩長度大於此高度），試問：

- (1) 費時 _____ s。
- (2) 速率為 _____ m/s = _____ km/h。



馬上練習5

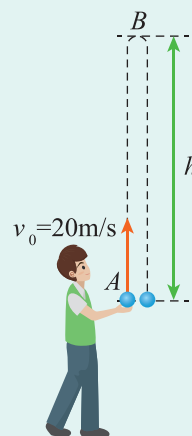
靜香將一顆鉛球自塔頂由靜止自由落下，已知最後 2 s 內落下的高度為塔高的 $\frac{16}{25}$ ，則鉛球落下的過程費時 _____ s，塔高為 _____ m。（ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ）

範例 6 鉛直上拋基本概念

如圖所示，不計空氣阻力，某生將一個小鋼珠以初速 20 m/s 向上鉛直拋出，小鋼珠在 A 處離開手，可到達最高處 B ，設重力加速度 $g=10 \text{ m/s}^2$ ：

- (1) 由 A 拋出至最高點 B 所需的時間為 _____ s 。
- (2) 最大上升高度 $h=$ _____ m 。
- (3) 由 B 回到 A 所需的時間為 _____ s 。
- (4) 自 A 至 B 再回到 A 的總飛行時間為 _____ s 。
- (5) 承 (4)，此時小鋼珠的速率為 _____ m/s 。

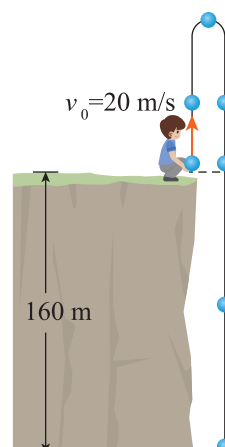
※ 請同學驗證上述數據是否符合對稱性呢？



馬上練習6

阿龍自海拔高 160 m 的海邊山崖，以 20 m/s 的初速鉛直上拋一塊小石頭，則：（ $g=10 \text{ m/s}^2$ ）

- (1) 石頭拋出 _____ s 後掉落到海面。
- (2) 石頭落海瞬間的速率為 _____ m/s 。

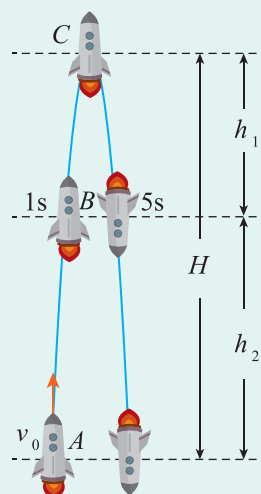


範例 7 鉛直上拋的對稱性

如圖所示，小明自製水火箭，自 A 點以初速 v_0 鉛直上拋， C 點為最高點。物體兩次經過拋出點上方 B 點的時間分別為 1 s 及 5 s ，則：（重力加速度 $g=10\text{ m/s}^2$ ）

※ 注意：右圖只是示意圖，物體其實是作直線運動。

- 物體由 B 點上升至 C 點費時 _____ s ；自 C 點下降至 B 點費時 _____ s ；自 B 點下降至 A 點費時 _____ s 。
- 自 C 點下降至 A 點費時 _____ s ；自拋出至落回拋出點共費時 _____ s 。
- 右圖中的 H 為 _____ m ； h_1 為 _____ m ； h_2 為 _____ m 。
- 水火箭之初速度 v_0 為 _____ m/s 。



馬上練習 7

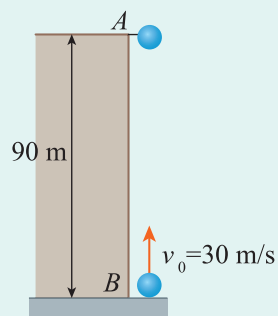
垂直往上拋射之物體，經過 4 s 後掉落至原地，則：（ $g=10\text{ m/s}^2$ ）

- 拋射 _____ s 後，物體會到達最高點。
- 物體可到達的最大高度為 _____ m 。
- 物體初速為 _____ m/s 。
- 拋射 _____ s 後，物體之高度為最高高度之一半。

範例 8 自由落體相遇問題

將 A 球自 90 m 的高處由靜止釋放，同時自地面將 B 球以 30 m/s 的速度鉛直上拋，如圖所示。設 $g=10\text{ m/s}^2$ ，則：

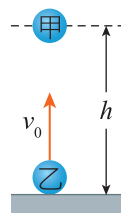
- (1) 兩球在 _____ s 後相遇。
- (2) 兩球相遇處離地 _____ m 。



馬上練習 8

甲、乙兩球原來相距為 h ，今同時使甲球靜止下落，而乙球以初速 v_0 鉛直上拋，如圖所示。如果兩球能在空中相遇，則：

- (1) 相遇時間為 _____。
- (2) 初速 v_0 至少應大於 _____。





▶ 段考基礎練習題

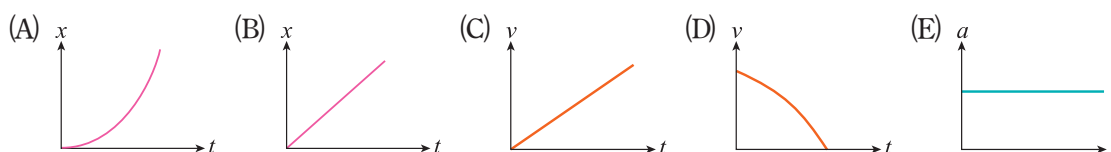
* 為多選題

主題練習

概念 等加速運動

- _____ 1. 下列有關「等加速直線運動」的敘述，何者正確？ (A) 平均速度必等於瞬時速度 (B) 平均加速度必等於瞬時加速度 (C) 加速度對時間的關係圖為拋物線 (D) 每秒的速度變化成公差不為零的等差數列 (E) 每秒的速度變化成等比數列。

- * _____ 2. 若以 x 代表位置、 v 代表速度、 a 代表加速度、 t 代表時間，則下列函數圖中，哪些可以表示物體可能作直線等加速運動？

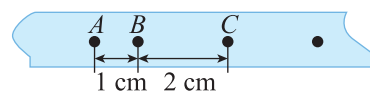


概念 等加速直線運動公式

3. 某質點作等加速直線運動，已知該質點第 3 s 內與第 4 s 內位移分別為 10 m 與 12 m，則質點的加速度為 _____ m/s^2 。
4. 某質點以初速 v 在水平桌面上沿直線滑行，因摩擦力作用，當行進 d 距離時速度變為 $\frac{v}{2}$ ，試問滑行的時間為 _____。

概念 紙帶分析

5. 小新做「直線等加速運動實驗」，電鈴計時器的振動頻率為 20 Hz，滑車作等加速運動時，如圖為紙帶上打點的部分記錄，則：



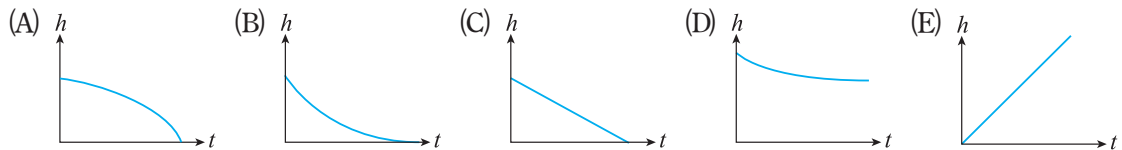
- (1) 圖中相鄰二點間的時距為 _____ s；
- (2) 滑車的加速度為 _____ m/s^2 ；
- (3) 滑車在 A 點的瞬時速度為 _____ cm/s 。

概念 靜止下落

6. 將球自高度為 122.5 m 之塔頂由靜止自由落下，若重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ，則球經 _____ s 後著地，球抵達地面時的速度量值為 _____ m/s 。

7. 若不考慮空氣阻力，某靜止下落的物體，其第 5 s 內的位移與 5 s 內的位移量值之比為 _____。

_____ 8. 初速為零的自由落體，其離地高度 h 與時間 t 之函數關係，下列何者最正確？



概念 鉛直下拋

9. 阿元以 10 m/s 的初速度將石頭鉛直下拋，石頭於 2 s 後落於井底。現改為將石頭由靜止下落，設 $g=10 \text{ m/s}^2$ ，則石頭於 _____ s 後落於井底。

概念 鉛直上拋

10–13 題為題組

小新自海拔高 135 m 的海邊山崖，以 30 m/s 的初速鉛直上拋一塊小石頭 ($g=10 \text{ m/s}^2$)，試回答下列問題：

_____ 10. 石頭幾秒後掉落到海面？
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 12。

_____ 11. 石頭上升的最高處距原拋出為多少 m ？
(A) 20 (B) 30 (C) 45 (D) 60。

_____ 12. 石頭落海瞬間速度的量值為多少 m/s ？
(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 60。

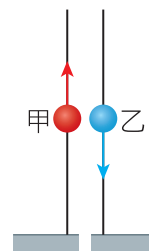
_____ 13. 石頭幾 s 時，升至最高點？
(A) 3 (B) 5 (C) 2.5 (D) 4。

基礎大考試題

- * _____ 1. 具有相同體積且質料均勻的實心鐵球與鋁球，從離地面等高處由靜止自由落下，重力加速度的量值為 g 。在落下的時間均為 t 時（尚未到達地面），忽略空氣阻力及風速的影響，下列哪幾項敘述正確？（應選 3 項）
 (A) 兩球所受的重力相同 (B) 兩球下落的距離相同 (C) 兩球有相同的速度 (D) 兩球有相同的加速度 (E) 兩球有相同的質量。

〈學測〉

- * _____ 2. 將一個小球從地面鉛直上拋，假設空氣阻力可以忽略。圖中甲時刻和乙時刻分別對應於小球往上升及往下掉的過程中，在任一相同高度處的運動狀態，則下列有關小球於甲、乙兩時刻對應的物理量，哪些一定相同？（應選 3 項）
 (A) 甲、乙兩時刻的加速度 (B) 甲、乙兩時刻的速度 (C) 甲、乙兩時刻的重力位能 (D) 甲、乙兩時刻的動能 (E) 從地面至甲時刻的時間與自最高點掉落至乙時刻的時間。



〈105學測〉



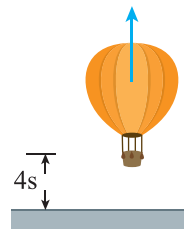
▶ 分科測驗進攻題

* 為多選題

進階試題

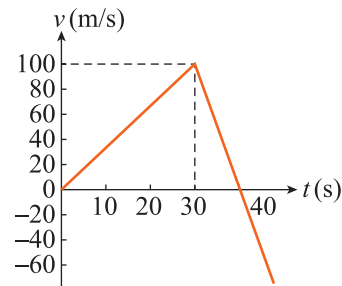
1. 有一皮球自離地高 8 m 處以初速為零自由下落，與草地碰撞後的反彈高度為 2 m。若皮球與地面接觸時間為 0.3 s，設重力加速度 $g=10 \text{ m/s}^2$ ，則皮球在與草地接觸過程的平均加速度量值為 _____ m/s^2 。
2. 有一塊小石頭從高樓樓頂自靜止下落，某層樓的住客觀察到該石頭通過落地窗戶的時間為 0.1 s。若窗戶的長度為 1.05 m，重力加速度 $g=10 \text{ m/s}^2$ ，則樓頂到窗戶頂的距離為 _____ m。

3. 一熱氣球自地面由靜止以 1.25 m/s^2 的等加速度上升，4 s 後由熱氣球上將一小石子放手落下，設小石子掉落後，氣球的加速度不變，且 $g=10 \text{ m/s}^2$ ，則小石子著地瞬間，氣球離地高度為_____ m。



4. 軍方試射一輕型小火箭，當小火箭由地面發射升空，運動之速度 v 對時間 t 的關係如圖所示，則：

- (1) 火箭上升的最大高度為 _____ m；
 (2) 火箭在空中飛行的時間為 _____ s；
 (3) 火箭落地瞬間速率為 _____ m/s。



進階大考試題

- _____ 1. 物體以初速 v 被垂直上拋；設重力加速度為 g ，則自拋出上升到其最大高度的一半處，所需時間為

- (A) $\frac{v}{2g}$ (B) $(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) \frac{v}{g}$ (C) $(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}) \frac{v}{g}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3} \frac{v}{g}$ (E) $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{v}{g}$ 。

〈聯考〉



實驗活動

實驗
影片



實驗一：自由落體與物體在斜面上的運動

一、實驗目的

1. 利用物體運動留下的軌跡，來判斷物體的運動狀態。
2. 使用圖表來表示物體運動的位置、速度、加速度與時間的關係。

二、實驗器材

器材	數量	器材	數量
打點計時器	1 個	直尺	1 支
碼錶	1 個	滑車	1 臺
紙帶	1 捲	滑車軌道	1 組
重物	1 個		

三、實驗方法

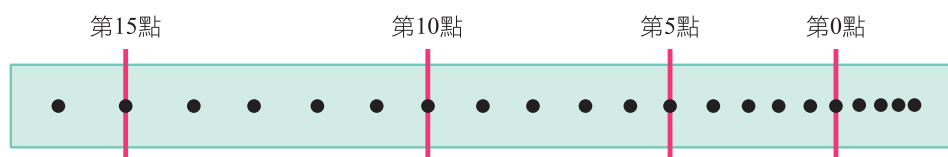
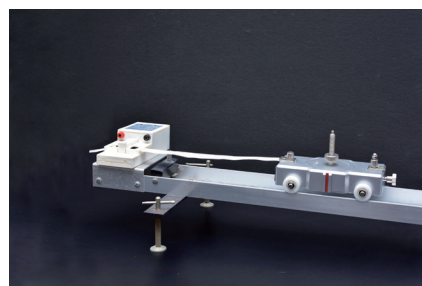
1. 打點計時器相鄰點痕的時間測量

- (1) 將紙帶穿過打點計時器，並啟動打點計時器。
- (2) 拉動紙帶 T 秒，使打點計時器在紙帶上留下點痕 N 個。
- (3) 將實驗結果記錄在表格中，計算出相鄰點痕的時間間隔 $\Delta t = \frac{T}{N-1}$ 。



2. 物體在斜面上的運動分析

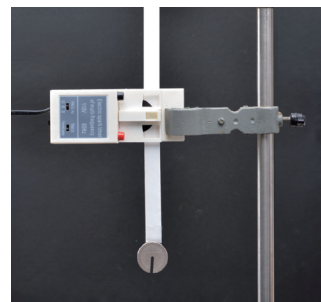
- (1) 實驗裝置如圖所示，放置滑車軌道使一端高起形成斜面，並將打點計時器置於斜面頂端，然後將紙帶（折一段約 100 公分長）穿過打點計時器，一端繫在滑車尾部，另一端放置平順。
- (2) 啟動打點計時器後，使滑車下滑，紙帶上可得打點計時器的點痕紀錄，如圖所示。為了計算方便，從第 0 點開始，每隔 5 個點畫一直線。



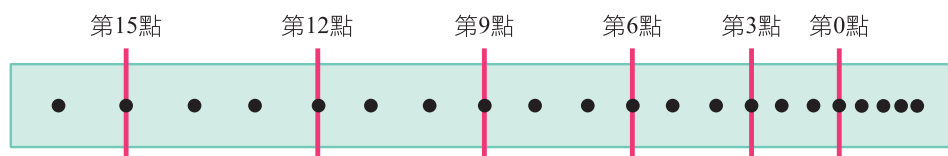
- (3) 將第 0 點定為起始時間 $t=0$ 與初始位置 $x=0$ ，在表格中記錄第 0 點、第 5 點、第 10 點等的時間 t 與位置 x 。記錄完成後，繪出 $x-t$ 圖。
- (4) 利用所記錄各點之時間與位置數據，計算各段之位移 x 與時間間隔 Δt ，相除即可求得每 5 個點的平均速度 v_{av} ，此平均速度即為各段「中點時刻」的速度，繪出 $v-t$ 圖。
- (5) 利用相鄰兩段平均速度的速度變化 Δv 與時間間隔 Δt ，可求得相鄰兩段的「中點時刻」之間的平均加速度 a_{av} ，繪出 $a-t$ 圖。

3. 自由落體的運動分析

- (1) 將打點計時器垂直架設並放入紙帶（折一段約 100 公分長）後，將紙帶的一端連接重物，另一端放置平順，如圖所示。
- (2) 啟動打點計時器後，使重物自由落下，紙帶上可得打點計時器的點痕紀錄，如圖所示。為了計算方便，從第 0 點開始，每隔 3 個點畫一直線。



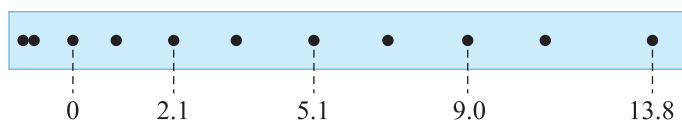
- (3) 將第 0 點定為起始時間 $t=0$ 與初始位置 $y=0$ ，在表格中記錄第 0 點、第 3 點、第 6 點等的時間 t 與位置 y 。記錄完成後，繪出 $y-t$ 圖。
- (4) 利用所記錄各點之時間與位置數據，計算各段之位移 Δy 與時間間隔 Δt ，相除即可求得每 3 個點的平均速度 v_{av} ，此平均速度即為各段「中點時刻」的速度，繪出 $v-t$ 圖。



- (5) 利用相鄰兩段平均速度的變化 Δv 與時間間隔 Δt ，可求得相鄰兩段的「中點時刻」之間的平均加速度 a_{av} ，繪出 $a-t$ 圖。

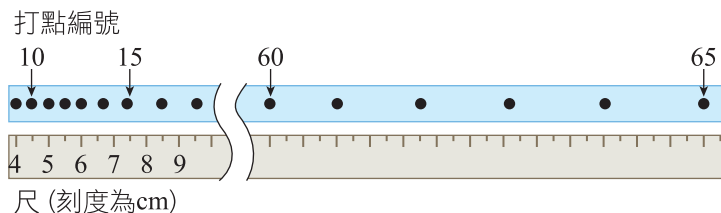
實驗試題 * 為多選題

1. 某生使用頻率為 20 次/s 的打點計時器做「斜面上的運動」實驗，紙帶上打點結果如圖，他選定一點為原點（單位為 cm），每經兩點的位置坐標如圖，請完成下列表格：



打點編號	位置 (cm)	位移 (cm)	速度 (cm/s)	加速度 (cm/s^2)
第 0 點				
第 2 點				
第 4 點				
第 6 點				
第 8 點				

2. 在直線等加速運動實驗中，如果打點計時器的打點頻率為 50 Hz，今取其中一段打點記錄，並將連續相鄰的點依序編號，測量編號 10 ~ 15 以及編號 60 ~ 65 的點距如圖所示，則加速度的量值約為多少 cm/s^2 ？

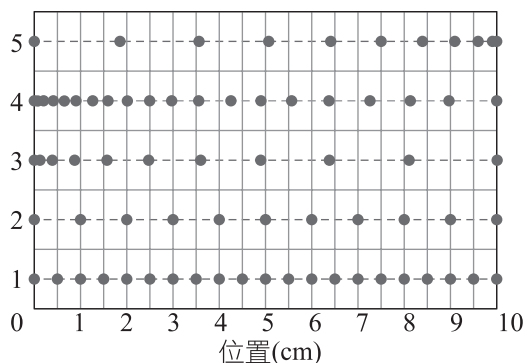


- (A) 70 (B) 80 (C) 90 (D) 100 (E) 500。

〈指考〉

- * 3. 電鈴計時器可以間隔相等的時間間距在紙帶上打點，小華將紙帶固定在滑車上，利用紙帶記錄滑車的位置，並將五次實驗的紙帶依實驗 1—5 編號整理如圖所示。下列有關這五個實驗的敘述哪些正確？

- (A) 實驗 1 滑車速度為實驗 2 的兩倍
 (B) 實驗 4 滑車加速度為實驗 3 的兩倍
 (C) 實驗 3 與 5 滑車加速度大小相等，方向相反
 (D) 若紙帶上記錄的黑點愈大，則實驗結果愈精確
 (E) 若實驗 2 滑車速度為 0.1 m/s ，則實驗 3 滑車加速度為 0.2 m/s^2 。



〈指考補考〉

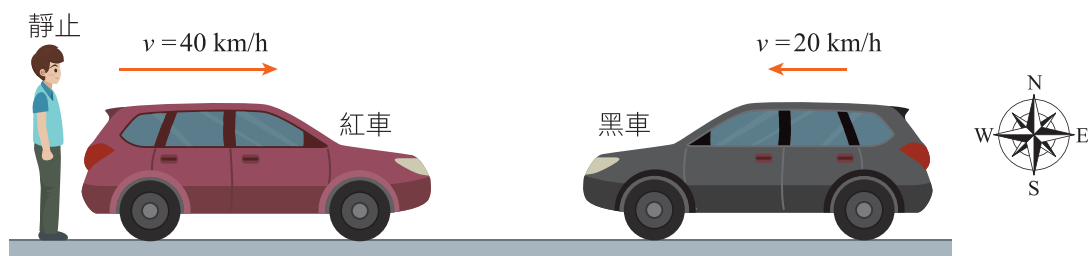


2-4 ▶ 相對運動

一、相對運動的觀念

物體的運動狀況，完全由觀察者之觀點來決定，不同運動狀態的觀察者對同一個運動體之觀測並不相同。例如，在圖中：

- (1) 靜止的人所看到的紅車速度為 40 km/h，往東；
- (2) 黑車上的人所看到的紅車速度為 $40 + 20 = 60$ km/h，往東。



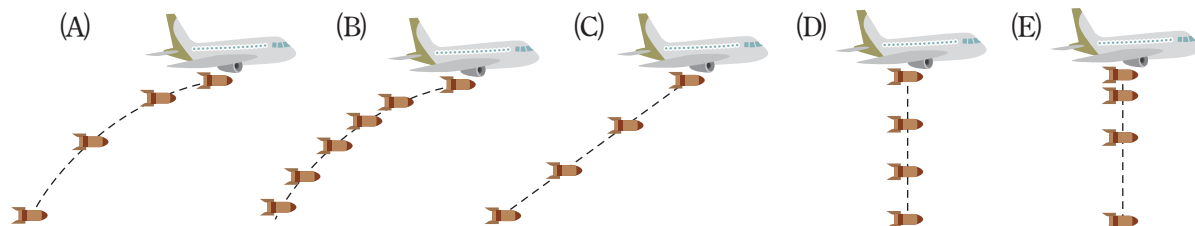
二、相對運動

物理量	定義	圖示
相對位移	<ol style="list-style-type: none"> (1) 如圖，有 A 與 B 兩人同時同地均以等速度出發（但快慢不相等），經一段時間後，其位移分別為 x_A 與 x_B。 (2) A 對 B 的相對位移定義為 B 自認為靜止地去看 A 的位移： $x_{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$。 (3) 若是 B 對 A 的位移則是指 A 看 B 之位移： $x_{BA} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$。 	
相對速度	<ol style="list-style-type: none"> (1) A 對 B 的相對速度定義為 B 自認為靜止地去看 A 的速度： $v_{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$。 (2) 若是 B 對 A 的速度則是指 A 看 B 之速度： $v_{BA} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$。 	
相對加速度	<ol style="list-style-type: none"> (1) A 對 B 的相對加速度定義為 B 自認為加速度為零地去看 A 的加速度： $a_{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$。 (2) 若是 B 對 A 的加速度則是指 A 看 B 之加速度： $a_{BA} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$。 	

觀念即時通

* 為多選題

_____ 1. 自水平等速飛行的轟炸機上，相鄰 1 s 依序放下炸彈，不計空氣阻力，在地面上看到炸彈的相對位置應以下列哪一圖較正確？



_____ 2. 承上題，地面上靜止的觀察者與飛機駕駛員兩人所看到每一顆炸彈的飛行軌跡分別為：

- (A) 拋物線、拋物線 (B) 直線、直線 (C) 拋物線、直線 (D) 直線、拋物線 (E) 以上皆非。

範例 1 相對速度

如圖所示，在直線道路上警察以 24 m/s 的等速度，追趕以 4 m/s 的等速度逃跑之小偷，兩者相距 100 m。試回答下列問題：

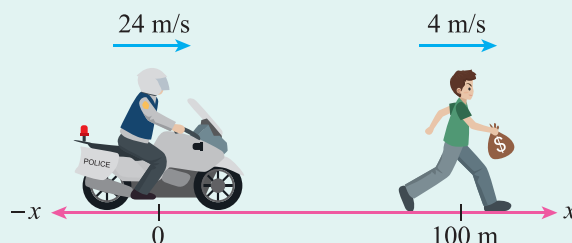
(1) 小偷相對於警察的速度為 _____ m/s；

警察看小偷的速度為 _____ m/s。

(2) 警察相對於小偷的速度為 _____ m/s；

小偷看警察的速度為 _____ m/s。

(3) 警察在 _____ s 後可追上小偷。



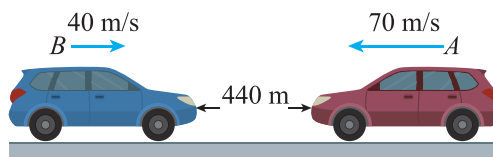
馬上練習 1

如圖所示，在筆直的道路，B 車以 40 m/s 等速向東前進；A 車以 70 m/s 等速向西前進，兩者相距 440 m。令向東為正，試回答下列問題：

(1) A 車相對於 B 車的速度為 _____ m/s。

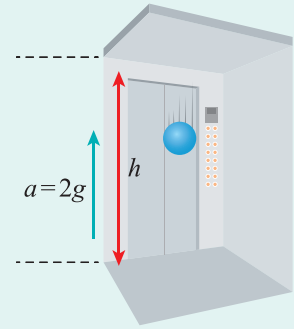
(2) A 車看 B 車的速度為 _____ m/s。

(3) 若兩車都沒有減速，_____ s 後兩車就會相撞。



範例 2 相對加速度

一電梯正以 $2g$ 之加速度垂直上升（設重力加速度 g 為常數）。其天花板上懸吊一物，該物離電梯地板之高度為 h 。若該物突然掉落，則歷時 _____ 後會碰到地板。



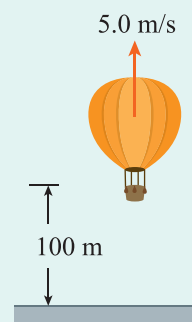
馬上練習2

設地面附近的重力加速度為 g ，一升降梯正以加速度 $a = \frac{1}{3}g$ 向上的等加速度垂直加速上升，在升降梯內，小因相對於電梯以初速 v 鉛直上拋一石子，若石子未觸及天花板，則此石子歷時 _____ 後落回小因手中。

範例 3 相對運動的應用

一等速上升、速度為 5.0 m/s 的氣球，在距地面 100 m 的高處時，自底部放下一石子，設氣球仍保持等速運動，設重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ ，則 1 s 後石子與氣球底部之距離為何？試分別以下列二種方法計算之。

- (1) 靜止於地面的觀察者利用運動公式。
- (2) 利用氣球與石子間的相對運動。



馬上練習3

有一以 32 m/s 等速上升的氫氣球，離地面 117 m 高處，於氣球上自由落下一小石頭，但氣球仍保持等速運動。則下列關於小石頭的敘述哪些正確？（設 $g=10 \text{ m/s}^2$ ）

- (A) 離開氣球後， 15 s 末著地 (B) 離開氣球後， 9 s 末著地 (C) 著地時，速度大小為 58 m/s
 (D) 石頭自離開氣球到著地期間，氣球見石頭作自由落體運動 (E) 著地時，氣球的高度為 782 m 。

答 _____



▶ 段考基礎練習題

* 為多選題

主題練習

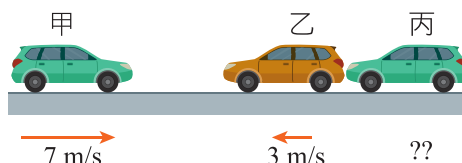
概念 相對速度

1. 兩架空軍 F-16 戰機做例行演練，皆以 2 馬赫（音速兩倍）的速率飛行。則：

- (1) 兩軍機同向並列飛行時，其相對速度大小為 _____ 馬赫。
- (2) 兩軍機相向飛向彼此時，其相對速度大小為 _____ 馬赫。

2. 甲車的速度為 7 m/s 向右、乙車的速度為 3 m/s 向左、丙車對甲車的速度為 4 m/s 向左，以右方為正向，則：

- (1) 甲車對乙車的相對速度為 _____ m/s；
- (2) 乙車對甲車的相對速度為 _____ m/s；
- (3) 丙車對地的速度為 _____ m/s。



概念 相對加速度

3. 某升降機持續以 2 m/s^2 之向上加速度垂直上升（設 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ）。當其向上之速率為 8 m/s 時，一鬆脫之螺絲釘突然自升降機內 6 m 高的天花板掉落至升降機底部，以下方為正向，則：

- (1) 螺絲釘脫落瞬間，螺絲釘對升降機的相對速度大小為 _____ m/s。
- (2) 螺絲釘掉落期間，螺絲釘對升降機的相對加速度大小為 _____ m/s^2 。
- (3) 螺絲釘掉落期間，螺絲釘對升降機的相對位移大小為 _____ m。
- (4) 螺絲釘歷時 _____ s 後會掉落至升降機底部。

基礎大考試題

1. 將兩質點 A、B 同時從塔頂以相同的初速 v_0 拋出，A 被垂直上拋，B 被垂直下拋，則在 t 時間後（ t 小於 B 著地所需時間），A、B 兩質點間的距離為 _____。

〈聯考〉

2. 王君搭乘熱氣球在廣闊無風的平原上空觀賞風景，熱氣球以等速度 5.0 m/s 鉛直上升時，王君不小心使相機從離地高度為 100 m 處離手而成為自由落體，若不計空氣阻力並取重力加速度為 10 m/s^2 ，則相機著地前瞬間的速度量值約為多少 m/s ？

(A) 55 (B) 45 (C) 35 (D) 25 (E) 15。

〈109學測，答對率33%〉

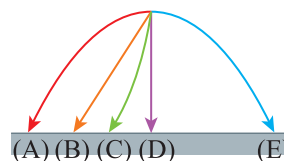


分科測驗進攻題

* 為多選題

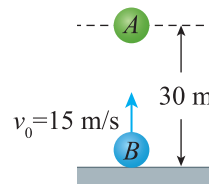
進階試題

- * _____ 1. 有一列火車向右作等速運動，某人在火車上朝左方水平拋射一物體，由車外靜止於地面的人來看，物體運動的軌跡可能為圖中的哪幾條？



2. 某人乘自動扶梯上樓，需時 40 s ，於停電時步行而上，需時 60 s ，則當此人在上升的自動扶梯中再步行向上，則上樓所需的時間為 _____ s 。

3. 如圖所示，一物體 A 自距地面高 30 m 處自由落下，同時另一物體 B 自地面以速度 $v_0 = 15 \text{ m/s}$ 鉛直向上射出，不計空氣阻力，則 B 與 A 相遇點距地面的高度為 _____ m 。 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

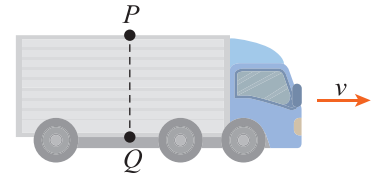


進階大考試題

1. 一棒球發球機以 19.6 m/s 的初速，把一棒球垂直往上發射。當球達到最高點時，發球機又以同樣的初速往上發射第二個球。 $(\text{重力加速度 } g = 9.80 \text{ m/s}^2)$
- (1) 第一球發射後，最高點離發球機 _____ m 。
 - (2) 到達最高點需時 _____ s 。
 - (3) 如兩球在空中相撞，第二個球由發射到相撞需時 _____ s 。
 - (4) 此時兩球離發球機 _____ m 。

〈聯考〉

2. 一車廂的天花板上有一 P 點，其正下方的地板上為 Q 點，兩點的垂直距離為 3 m ，該車廂以固定的水平速度 v 往右直線前進，如圖所示。在某時刻，一小球甲從 P 點相對於車廂自靜止自由落下，當甲球下墜至與 P 點的垂直距離為 1 m 時，另一顆小球乙也從 P 點相對於車廂自靜止自由落下。若空氣阻力可忽略，當甲球恰落於車廂地板瞬間，下列敘述何者正確？



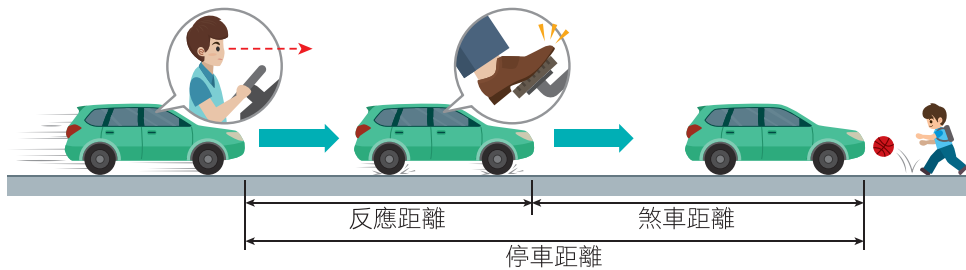
- (A) 甲球落於 Q 點，此時兩球高度差的量值大於 1 m (B) 甲球落於 Q 點，此時兩球高度差的量值等於 1 m (C) 甲球落於 Q 點，此時兩球高度差的量值小於 1 m (D) 甲球落於 Q 點左方，此時兩球高度差的量值大於 1 m (E) 甲球落於 Q 點左方，此時兩球高度差的量值等於 1 m 。

〈99指考，答對率51%〉

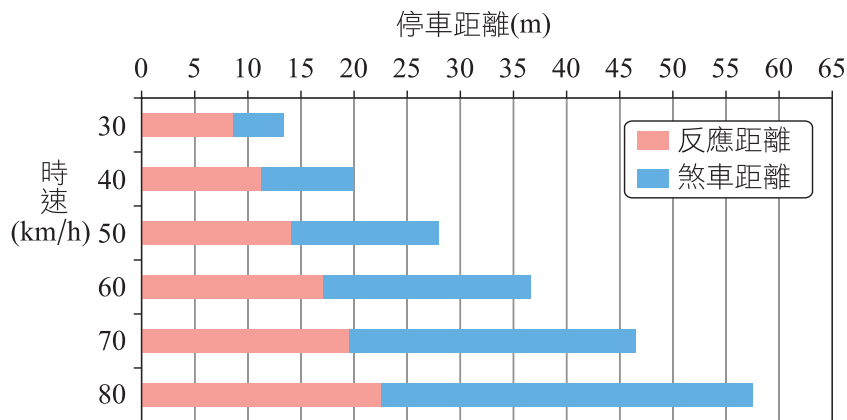


素養題 ▶ 反應時間

開車遇到狀況時，從司機察覺狀況到踩下煞車的時間稱為反應時間，此時車子所行進的距離稱為反應距離。從煞車開始作用到車子停止的距離稱為煞車距離。反應距離和煞車距離的總合，稱為停車距離，如下圖所示。



煞車距離和車速有密切的關係，其中涉及的因素極多，某學者蒐集小型汽車行駛高速公路的大量數據後發現，其平均值如下圖所示。



根據上述資料，試回答下列問題：

【混合題】

1. 司機的反應時間平均約幾 s？ (A)0.6 (B)0.8 (C)1.0 (D)1.2 (E)1.4。
2. 當速度變為 2 倍時，煞車距離會變為幾倍？ (A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)6。
3. 目前臺灣的法律規定「行駛於高速公路時，小型車應與前車至少保持「速度除以 2」的距離（單位為 m），違者處罰新臺幣 3000 ~ 6000 元。例如，以時速 100 公里行駛時，至少要與前車保持 50 m 以上的安全距離」。依據上面的研究資料，你認為臺灣的法規屬於寬鬆或嚴格？請說明理由。