

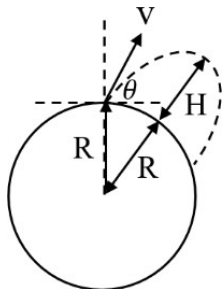
臺北市立中崙高級中學 115 學年度第 1 次教師甄選物理科筆試試題卷

准考證號碼： ..... 姓名： .....

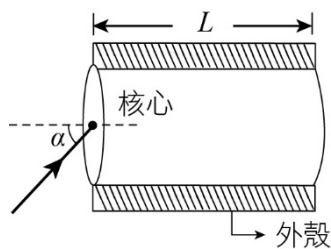
※注意：請務必於上欄填寫「准考證號碼」及「姓名」

一、填充題。每題 2.5 分，共 40 分。

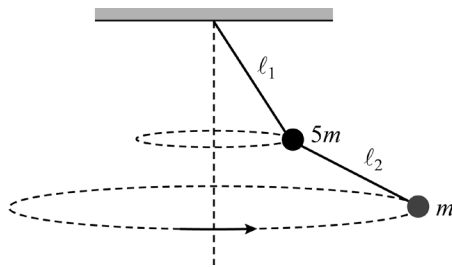
1. 假設地球為密度均勻的正球體，半徑為  $R$ ，質量為  $M$ ，萬有引力常數為  $G$ ，若忽略空氣阻力和地球自轉的影響，將一小球在水平地面上以速率  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ ，拋射仰角  $\theta$  拋出，如圖所示，小球能到達距離地面的最大高度  $H$  為何？



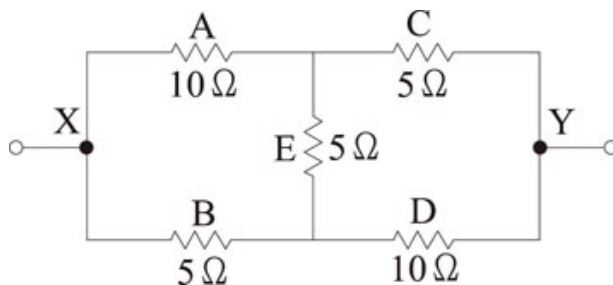
2. 一光纖管長  $L$ ，如圖所示，光纖核心部分折射率為  $n_1$ ，外殼部分折射率為  $n_2$ 。光在真空中傳播速率為  $c$ ，今以入射角  $\alpha$  由真空射入核心，若入射光僅在光纖管核心部分傳播，則正弦值  $\sin \alpha$  須小於何值？



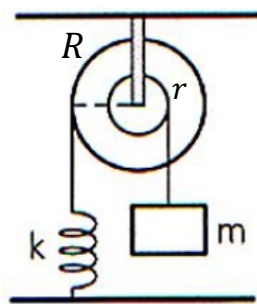
3. 兩條長度固定為  $l_1$ 、 $l_2$ ，且質量可忽略不計的細繩，分別繫著質量為  $5m$  和  $m$  的質點，如圖所示。兩質點以相同的角速度繞同一鉛直線作水平等速圓周運動。已知重力加速度為  $g$ ，兩繩的張力分別為  $T_1$  及  $T_2$ ，兩繩與鉛直線夾角的正弦值分別是  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  及  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 。兩細繩長度的比值  $\frac{l_1}{l_2}$  為何？



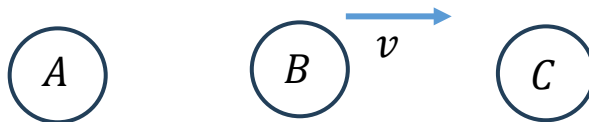
4. 如圖所示的電路，已知 A、B、C、D、E 五個電阻分別為  $10\Omega$ 、 $5\Omega$ 、 $5\Omega$ 、 $10\Omega$ 、 $5\Omega$ ，以克希何夫定則計算 X 和 Y 兩點間的等效電阻為何？



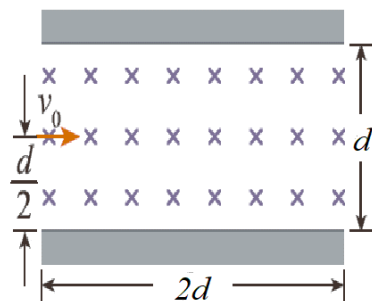
5. 已知基本常數分別為：庫倫常數 $k$ 、電子質量 $m_e$ 、基本電荷 $e$ 、普朗克常數 $h$ 、真空光速 $c$ 。請利用波耳的氫原子模型及基本常數，推導出芮得柏常數(Rydberg constant) $R_H$ 。
6. 承上題，將這些基本常數的值代入後，波耳最初推導出的芮得柏常數的理論值，與實驗值約有 0.05% 的誤差。若假設原子核質量 $M$ ，其他已知的基本常數不變，推導出修正後的芮得柏常數(Rydberg constant) $R_H$ 。
7. 如圖所示，輪軸不計質量，半徑分別為  $R$  及  $r$ ，彈簧力常數  $k$ ，另一端繫一質量  $m$  之木塊平衡後，將木塊拉下一小段距離後釋放，求木塊振動的週期為何？



8. 三顆球 $A$ ， $B$ ， $C$ 的質量分別為 $M$ ， $m$ ， $M$ ，起初 $A$ ， $C$ 靜止，而 $B$ 以等速度 $v$ 向右運動，並與 $C$ 作一維彈性碰撞 (三顆球在同一直線上)，若整個運動過程中，只進行兩次碰撞，試問 $\frac{M}{m}$ 的範圍。



9. 有一平行板電容器，內部為真空，兩個電極板的間距為 $d$ ，每一個正方形電極板的長均為 $2d$ 。電容器內沒有電場，只有垂直進入紙面的均勻磁場 $B$ ，如圖所示。電子從電容器左端的正中央以初速 $V_0$ 射入，其方向平行於電極板之一邊。電子的電荷以 $-e$ 表示，質量以 $m$ 表示，重力可不計。欲使電子不撞擊電極板，磁場 $B$ 的大小有何限制？

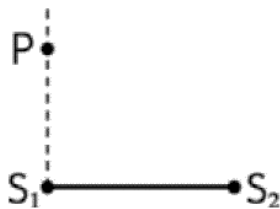


10. 若理想氣體達成熱平衡時，其速率分布會遵守馬克士威-波茲曼分布，即

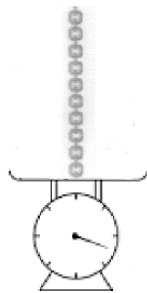
$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

試問此理想氣體的平均速率 $\langle v \rangle$ 為何？

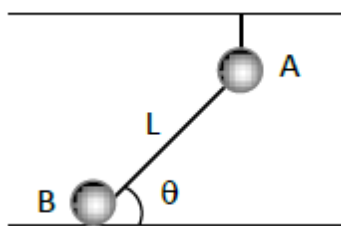
11. 水波槽實驗中，兩同頻率且同相的點波源  $S_1$ 、 $S_2$ ，產生的水波波長為  $\lambda$ ，兩者距離  $\overline{S_1 S_2} = 5\lambda$ 。如圖所示，水面上一點P與 $S_1$ 的連線 $\overline{PS_1}$ ， $\overline{PS_1}$ 與  $\overline{S_1 S_2}$ 垂直，則從 $S_1$ 往P點方向前進，第3次碰到節點的位置，與 $S_1$ 距離為何？



12. 一條鐵鍊長度為  $x$  質量為  $m$ ，上端懸吊在空中，其底端剛好接觸秤盤。若釋放鐵鍊讓它由靜止自由落下，則當頂端下降了距離  $\frac{x}{2}$  的瞬間，磅秤的讀數為\_\_\_\_\_  $mg$ 。(重力加速度為  $g$ )



13. 兩個完全相同的小鋼球A、B以一質量可忽略的均勻金屬桿連接在一起，兩球間的距離為  $L$ ，球的半徑可忽略，起先將A球以細繩懸吊於空中，B球則靜置於光滑的水平面上，這時連桿與水平面的夾角為  $\theta$ ，如圖所示，今將細繩以火燒斷，當金屬桿的中心墜落至桌面(桿身視為平貼在桌面)時；試問此時A、B兩球瞬時速度各為多少？(A、B全對才給分)



14. 某一顆地球的人造衛星質量為  $M$ ，繞地球作軌道半徑為  $R$ 、速率為  $v_0$  的圓周運動。若有一彗星，質量為  $m$ ，沿著衛星運動的方向從後方撞上，並掉落在此衛星上。此過程可視為完全非彈性的一維碰撞，且衛星與地球之間的重力不影響彗星與衛星的碰撞，即在碰撞發生前衛星與彗星的速度量值不變。若碰撞後，此衛星並未脫離地球的重力場，則彗星的速度量值的最大值為何？答案以  $M$ 、 $m$ 、 $v_0$  表示。

15. 體積 $V$ 相當大、絕熱良好的剛性容器上有一小孔可供開、閉之用。容器內原為真空，今利用一分子速度選擇器將0.001莫耳、速度 $v_0$ 的某惰性氣體分子經由小孔注入容器內，接著再注入0.002莫耳、速度為 $2v_0$ 的該氣體分子，然後將小孔關閉。已知該氣體每莫耳的質量為 $M$ 克， $R$ 為理想氣體常數。在氣體達到平衡後，請問器壁上的壓力為何？
16. 已知聲速為  $340 \text{ m/s}$ ，無風時，一靜止的聲源對準一個以  $10.0 \text{ m/s}$ 向聲源接近的運動體，發射頻率為  $5000 \text{ Hz}$ 的聲波。部分的聲波被運動體反射回來，計算裝設在聲源處的偵測器測得反射波的頻率約為多少Hz？

二、證明、推導或說明題。配分如各題所示，共 60 分，若無過程則不予給分。

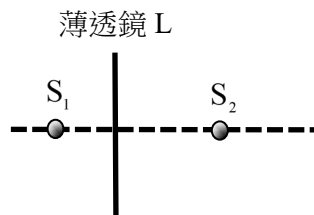
- 試說明德布羅意（Louis de Broglie）如何利用物質波理論，推導並解釋波耳氫原子模型中的『角動量量子化』假設。(5分)
- 試從單一氣體分子撞擊容器壁的力學分析開始，證明理想氣體的氣體分子平均動能  $\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT$ 。(5分)
- 試證明在光的干涉現象（楊氏雙狹縫實驗）中，相鄰兩條亮紋中線的間距為
 
$$\Delta y = \frac{L\lambda}{d} \quad (\text{雙狹縫至屏幕的距離 } L、\text{入射光波長 } \lambda、\text{雙狹縫的間距 } d) \text{ (5分)}$$
- 假設一顆質量為 $m$ 的行星，繞行質量為 $M$ 的恆星作橢圓軌道運動，且其軌道的半長軸為 $a$ 。試證明該系統的總力學能為 $-\frac{GMm}{2a}$ 。(5分)
- 簡要說明康普頓散射實驗，並說明其物理意義。(5分)
- 在歐姆定律與電路的實驗中，若採用『安培計內接法』測量電阻值，試證明其待測電阻的測量值（實驗值） $R_{exp}$ 為待測電阻真實值 $R_x$ 與安培計內電阻 $R_A$ 之和，即 $R_{exp} = R_x + R_A$ 。(5分)

7. (1)物體經薄透鏡成像時，物距  $p$ 、像距  $q$ 、和焦距  $f$  三者之間有一簡單的數學關係：

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

上式稱為薄透鏡公式 (thin lens formula)。繪圖及推導此薄透鏡公式。(5分)

(2)兩個點光源  $S_1$ 、 $S_2$  間的距離為 24 cm，使用焦距為 9 cm 的薄透鏡  $L$ ，垂直放置於兩點光源  $S_1$ 、 $S_2$  的連線上並調整位置，如圖所示，使兩個點光源成像於同一位置，則兩點光源  $S_1$ 、 $S_2$  到透鏡的距離比為何？(5分)



8. (1)分別說明原子核的衰變與放射性的含意。(5分)

(2)以放射性元素 X (母核) 經一次  $\beta$  衰變後的方程式為例，寫出碳 14 衰變成氮 14 的方程式。(5分)

9. (1)利用必歐—沙伐定律 (Biot-Savart Law)，若一半徑為  $R$ 、通有電流  $I$  的圓環導線， $\mu_0$  為真空的磁導率 (magnetic permeability)，試推導通上電流的圓線圈中心點  $O$  的磁場，其值為  $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ 。(5分)

(2)兩半徑皆為  $R$  的單匝圓形線圈組合成亥姆霍茲(Helmholtz)線圈，軸線重合，通上同方向電流  $I$ 。

如果兩線圈面的距離亦為  $R$ ，如圖所示，兩線圈中點  $P$  的磁場量值為何？(5分)

